提供：
株式会社オプティカルソリューションズ
〒101-0032
東京都千代田区岩本町 2-15-8（MAS 三田ビル 3 階）
TEL：03-5833-1332　FAX：03-3865-3318
http://www.osc-japan.com/
e-mail:info@osc-japan.com

光学設計ノーツ　40　(ver,1.0)
部分的コヒーレント結像の考え方　10

部分的コヒーレント光学系の OTF１

株式会社タイコ
牛山善太

前回は部分的にコヒーレントな状態における結像を考える上で重要な transmission cross－coefficient（TCC）について考えたが、今回からは、TCC から考察される、光学設計には直接重要なものとなる部分的コヒーレント光学系の OTF について触れさせていただきたい。今回は OTF 導出のための、TCC の変形について解説させていただく。なお、導出についての座標、光学系配置、変数については前回、前々回におけるものと同じである。換算座標で書き直した図１をご参照いただきたい。

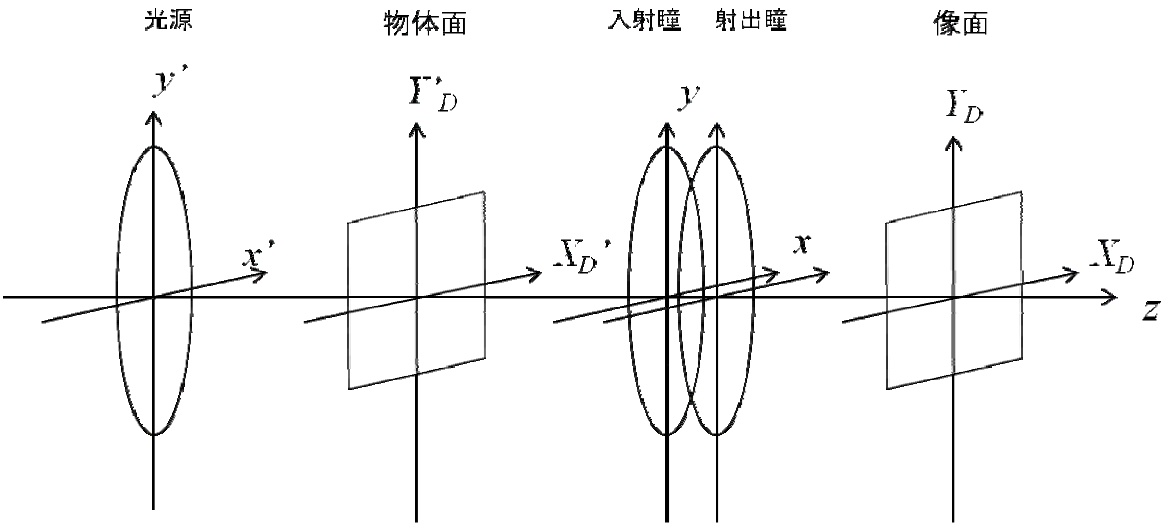

図1　　　光学系全系（換算座標による）

1. 部分的コヒーレント光学系 OTF の導出、TCC の変形

transmission　cross－coefficient（TCC）は、本連載前回の（10）式

$$R(x_1,x_2,y_1,y_2)=\iiiint_{-\infty}^{\infty}K\mu_{12}\left(\left|X_{D1}'-X_{D2}'\right|,\left|Y_{D1}'-Y_{D2}'\right|\right)$$
$$\cdot ASF\left(X_D-X_{D1}',Y_D-Y_{D1}'\right)ASF^*\left(X_D-X_{D2}',Y_D-Y_{D2}'\right)$$
$$\cdot\exp\left[-2\pi i\left\{\left(X_D-X_{D1}'\right)x_1+\left(Y_D-Y_{D1}'\right)y_1\right\}\right]\exp\left[2\pi i\left\{\left(X_D-X_{D2}'\right)x_2+\left(Y_D-Y_{D2}'\right)y_2\right\}\right]$$
$$\cdot dX_{D1}'dX_{D2}'dY_{D1}'dY_{D2}' \qquad (39-10)$$

ただし、

$$K=\sqrt{J_{11}\left(X_{D1}',Y_{D1}'\right)J_{22}\left(X_{D2}',Y_{D2}'\right)} \qquad -（39-5）$$

$$=\sqrt{I(Q_1')\cdot I(Q_2')}$$

$$Q_1':\left(X_{D1}',Y_{D1}'\right)\quad,\quad Q_2':\left(X_{D2}',Y_{D2}'\right)$$

（つまり、原稿面上の 2 点の強度の積の平方根である。）

において、

$$X_D-X_{D1}'=\alpha\ ,\ X_D-X_{D2}'=\beta$$

$$X_{D1}'-X_{D2}'=\beta-\alpha$$

$$Y_D-Y_{D1}'=\gamma\ ,\ Y_D-Y_{D2}'=\delta$$

$$Y_{D1}'-Y_{D2}'=\delta-\gamma$$

と変数を置き換える。さらに、この計算においては、コヒーレンス度が値を持つのはフラウンホーファー回折像程度の距離はなれた原稿面上の２点についてであるから、実際に(39-10)式の積分に寄与するのは、像点（X_{D1}、Y_{D1}）、（X_{D2}、Y_{D2}）に対応する２物点近傍の（X'_{D1}、Y'_{D1}）、（X'_{D2}、Y'_{D2}）のみである。従ってその範囲内では照明による強度は一定であると看做せよう。(39-10)式の定数を積分外に出し、

$$R(x_1, x_2, y_1, y_2)$$

$$= K\iiiint_{-\infty}^{\infty} \mu_{12}(|\beta-\alpha|, |\delta-\gamma|) ASF(\alpha,\gamma) ASF^*(\beta,\delta) \exp[-2\pi i\{(\alpha x_1 + \gamma y_2) - (\beta x_2 + \delta y_2)\}] d\alpha d\beta d\gamma d\delta \tag{1}$$

と(39-10)式は変形出来る。

さて、ここで、本連載 33 回における van　Citter－Zernike の定理から、コヒーレンス度μから定まる光源面上の強度分布を、瞳上の座標で $s_E(x)$と考えれば、コヒーレンス度は、

$$\mu_{12}(|\beta-\alpha|, |\delta-\gamma|) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} s_E(x,y) \exp\{-2\pi i(|\beta-\alpha|x + |\delta-\gamma|y)\} dxdy}{\iint_{-\infty}^{\infty} s_E(x,y) dxdy} \tag{2}$$

と表せる。この様に van　Citter－Zernike の定理からは、光源の強度分布を光源全体の強度で正規化した値が重要になるので、コヒーレンス度を考える場合には、光源がコンデンサーレンズ等で結像レンズ入射瞳面上に結像された 2 次光源も、本来の光源と同等に扱える。この様な強度分布を持つ光源を有効光源（effective　source）と呼ぶ。ここで、定数として

$$\iint_{-\infty}^{\infty} s_E(x,y) dxdy = K'$$

と置けば（1）式は、

$$R(x_1, x_2, y_1, y_2) = \frac{K}{K'} \iiiint\iint_{-\infty}^{\infty} s_E(x,y) \cdot ASF(\alpha,\gamma) ASF^*(\beta,\delta)$$

$$\cdot \exp\left\{-2\pi i\left(|\beta-\alpha|x+|\delta-\gamma|y\right)\right\}\exp\left\{\left[-2\pi i\left\{(\alpha x_1-\beta x_2)+(\gamma y_1-\delta y_2)\right\}\right]\right\}d\alpha d\beta d\gamma d\delta dxdy$$

$$=\frac{K}{K'}\iint_{-\infty}^{\infty}s_E(x,y)\left[\iint_{-\infty}^{\infty}ASF(\alpha,\gamma)\exp\left[2\pi i\left\{(x-x_1)\alpha+(y-y_1)\gamma\right\}\right]d\alpha d\gamma\right.$$
$$\left.\times\iint_{-\infty}^{\infty}ASF^*(\beta,\delta)\exp\left[-2\pi i\left\{(x-x_2)\beta+(y-y_2)\delta\right\}\right]d\beta d\delta\right]dxdy \qquad (3)$$

となる。

さて、点光源がもたらす点像振幅分布 ASF（X_D, Y_D）と瞳関数 $f(x,y)$とは以下のフーリエ変換の関係で結ばれているが（参考文献 3、P203　7.4（11）式、或いは本連載 28 回(12)式参照)、

$$ASF(X,Y)=C\iint_{-\infty}^{\infty}f(x,y)\exp\left\{-2\pi i\frac{(xX+yY)}{\lambda R}\right\}dxdy \qquad (4)$$

（　C　=　const.　　）

これを、本連載 38 回以降利用している変数の置き換え、

$X_D=X/(\lambda R)$　　、　　$Y_D=Y/(\lambda R)$　　（38−2）

を施して表記すれば、

$$ASF(X_D,Y_D)=C\iint_{-\infty}^{\infty}f(x,y)\exp\left\{-2\pi i(xX_D+yY_D)\right\}dxdy \qquad (5)$$

となる。逆フーリエ変換を行うと、

$$f(x,y)=\frac{1}{C}\iint_{-\infty}^{\infty}ASF(X_D,Y_D)\exp\left\{2\pi i(xX_D+yY_D)\right\}dX_D dY_D \qquad (6)$$

さらに原点を移動し、変数を置き換えて表現し、

$$C \cdot f\left(x - x_1, y - y_1\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} ASF\left(\alpha, \gamma\right) \exp\left\{2\pi i\left[\left(x - x_1\right)\alpha + \left(y - y_1\right)\gamma\right]\right\} d\alpha d\gamma \tag{7}$$

この式を（3）式にそのまま代入すると、

$$R\left(x_1, y_1, x_2, y_2\right) = C^2 \frac{K}{K'} \iint_{-\infty}^{\infty} s_E\left(x, y\right) f\left\{\left(x - x_1\right), \left(y - y_1\right)\right\} f^*\left\{\left(x - x_2\right), \left(y - y_2\right)\right\} dxdy \tag{8}$$

となり、物体座標、像面座標を含まない（勿論、瞳関数は物体位置に影響を受けるが）、有効光源座標と瞳座標という、双方瞳面上で定義される変数のみで表される TCC についての簡潔な表現が得られる。

２．　参考文献

１）　M.Born&E.Wolf：光学の原理III、第 7 版/草川徹訳 (東海大学出版会、東京、2005)

２）　小瀬輝次：フーリエ結像論 (共立出版社、東京、１９７９)

３）　牛山善太：波動光学エンジニアリングの基礎 (オプトロニクス社、東京、2005)