

光学設計ノート 41 (ver.1.0)

部分的コヒーレント結像の考え方 11

部分的コヒーレント光学系の OTF 2

株式会社タイコ
牛山善太

前回に引き続き、部分的コヒーレント照明下における結像光学系の OTF について解説させていただきます。

3. 代表的な部分的コヒーレント光学系の OTF 計算

さて、ここで本連載 39 回 (11) 式、

$$J_{12}(X_D, Y_D) = \iiint_{-\infty}^{\infty} o(x_1, y_1) o^*(x_2, y_2) R(x_1, x_2, y_1, y_2) \exp[-i2\pi\{(x_2 - x_1)X_D + (y_2 - y_1)Y_D\}] dx_1 dx_2 dy_1 dy_2$$

(39-11)

ただし、

$$\begin{aligned} R(x_1, x_2, y_1, y_2) = & K \iiint_{-\infty}^{\infty} \mu_{12} \left(\left| X_{D1}' - X_{D2}' \right|, \left| Y_{D1}' - Y_{D2}' \right| \right) \\ & \cdot ASF \left(X_D - X_{D1}', Y_D - Y_{D1}' \right) ASF^* \left(X_D - X_{D2}', Y_D - Y_{D2}' \right) \\ & \cdot \exp \left[-2\pi i \left\{ \left(X_D - X_{D1}' \right) x_1 + \left(Y_D - Y_{D1}' \right) y_1 \right\} \right] \exp \left[2\pi i \left\{ \left(X_D - X_{D2}' \right) x_2 + \left(Y_D - Y_{D2}' \right) y_2 \right\} \right] \\ & \cdot dX_{D1}' dX_{D2}' dY_{D1}' dY_{D2}' \end{aligned} \quad (39-10)$$

或いは (39-12) 式

$$\begin{aligned}
 J_{12}(X_D, Y_D) &= \left[\int \int_{-\infty}^{\infty} o(x_1, y_1) \exp\{2\pi i(x_1 X_D + y_1 Y_D)\} dx_1 dy_1 \right] \\
 &\quad \cdot \left[\int \int_{-\infty}^{\infty} o^*(x_2, y_2) \exp\{-2\pi i(x_2 X_D + y_2 Y_D)\} dx_2 dy_2 \right] \\
 &= O(X_D, Y_D) O^*(X_D, Y_D) = |O(X_D, Y_D)|^2
 \end{aligned} \tag{39-12}$$

における、瞳上の x_1, x_2 座標について考えてみよう。(39-7) 式

$$\begin{aligned}
 O(X_{D1}', Y_{D1}') &= \int \int_{-\infty}^{\infty} o(x_1, y_1) \exp\{2\pi i(x_1 X_{D1}' + y_1 Y_{D1}')\} dx_1 dy_1 \\
 O(X_{D2}', Y_{D2}') &= \int \int_{-\infty}^{\infty} o(x_2, y_2) \exp\{2\pi i(x_2 X_{D2}' + y_2 Y_{D2}')\} dx_2 dy_2
 \end{aligned} \tag{39-7}$$

の通り、物体面空間座標とのフーリエ変換の関係により、 $o(x_1, y_1), o^*(x_2, y_2)$ は物体振幅透過率分布のスペクトル、および、その共役スペクトルを表しており、 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ は、瞳面上の座標であると同時に空間周波数を表している。また、TCC は一定の空間周波数のみから決まるのではなく、2種類の $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2)\}$ なる空間周波数同士の組み合わせで表現されることになる。従って、多くの周波数成分を持つ物体を扱う時、(39-11) 式の強度の計算においては、全領域における TCC の $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ の総ての組み合わせについての積分が必要になり、前回 40 回における(8)式、

$$R(x_1, y_1, x_2, y_2) = C^2 \frac{K}{K'} \int \int_{-\infty}^{\infty} s_E(x, y) f\{(x - x_1), (y - y_1)\} f^*\{(x - x_2), (y - y_2)\} dx dy \tag{40-8}$$

を鑑みても計算量は膨大となることが分かる。

しかし、像の再現ではなく、コヒーレンシーを考慮した光学系の結像性能評価を目的とすれば、これらの計算方法を役立てるためには、特に結像に重要な役割を果たす、或いは結像性能を表現するのに代表的な周波数に注目して非常に基本的な、周波数成分のごく

限られた周期構造を持つ物体を考慮すればよい。

例えば、正弦波格子である。その振幅透過率は一次元的に x 方向について、

$$O(X') = \frac{1}{2} \{1 + \cos(2\pi_0 X')\} \quad (1)$$

と表現できる。そのフーリエ変換は3つのデルタ関数により表され、それらの位置は0、 r_0 、 $-r_0$ であり、瞳上の座標に対応する。特定の周波数 $\bar{r}_0$ の正弦波格子像の減衰を調べるために (x_1, x_2) を、基本的なバックグラウンド光としての0次光と、注目する周波数との組み合わせ $(\bar{r}_0, 0)$ として計算した $R(\bar{r}_0, 0)$ を、この場合の部分的コヒーレント光学系のOTFと定義する。このOTFの定義の妥当性を、インコヒーレント系や、コヒーレント系のOTFとの関連を通して検討しよう。

コヒーレント光学系の場合には等価光源 $s_E(x)$ は面積的広がりを持たず、 δ 関数として表現できるので、(40-8)式は、一次元で考えて(後で、OTFを正規化するので $K/K'=1$ と置いて)

$$R(x_1, x_2) = C^2 \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) f(x - x_1) f^*(x - x_2) dx$$

δ 関数の定義より、

$$= C^2 f(-x_1) f^*(-x_2) \quad (2)$$

ここで、 $(x_1, x_2) = (\bar{r}, 0)$ とおくと、

$$R(\bar{r}, 0) = C^2 f(-\bar{r}) f^*(0) \quad (3)$$

また、

$$R(0, 0) = C^2 f(0) f^*(0) \quad (4)$$

であり、瞳関数を $f(0)=1$ としてOTFを

$$OTF = \frac{R(\bar{r}, 0)}{R(0, 0)} \quad (5)$$

と正規化し、定義しなおせば、コヒーレント光学系の OTF は

$$OTF = f(-\bar{r}) \quad (6)$$

である。

理論的なインコヒーレント系計算の場合には、等価光源強度分布は x に無関係であり定数であるので、透過光源面積を K' として既出の K と共に、 $K/K'=1$ とおけば (40-8) 式は

$$R(x_1, x_2) = C^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(x - x_1) f^*(x - x_2) dx \quad (7)$$

よって、

$$R(\bar{r}, 0) = C^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(x - \bar{r}) f^*(x) dx \quad (8)$$

$$R(0, 0) = C^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(x) f^*(x) dx \quad (9)$$

となる。(9)式右辺の積分は瞳面積 A を表すので、(5) 式の OTF の定義を用いて

$$OTF = \frac{R(\bar{r}, 0)}{R(0, 0)} = \frac{1}{A} \int_{-\infty}^{\infty} f(x - \bar{r}) f^*(x) dx \quad (10)$$

となる。

4. 部分的コヒーレント OTF 計算式の解釈

実寸法座標で考えると物体面上の換算量 X_D と実寸 X との間には第 38 回 (2) 式のとおり $X_D = X/(\lambda R)$ の関係があるので、瞳座標は実寸の λR 倍となる。従って、実寸法座標で $x_1 = \bar{r}, y_1 = \bar{s}, x_2 = 0, y_2 = 0$ とおいて、(40-8) 式は

$$R(\bar{r}, \bar{s}, 0, 0) = C^2 (\lambda R)^4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s_E(x, y) f(x - \bar{r}, y - \bar{s}) f^*(x, y) dx dy \quad (11)$$

となる。さらに以下の様に正規化して、 $S(x, y) = |f(x, y)|^2$ として、瞳上の透過強度分布（一般的なレンズの場合には、透過が 1、それ以外の場合が 0 となり開口形状を表す。）を用いると部分的コヒーレント光学系の OTF が得られる。

$$OTF(\bar{r}, \bar{s}) = \frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} s_E(x, y) f(x - \bar{r}, y - \bar{s}) f^*(x, y) dx dy}{\int \int_{-\infty}^{\infty} s_E(x, y) S(x, y) dx dy} \quad (12)$$

図 1 に (12) 式の積分の様子を図示する。

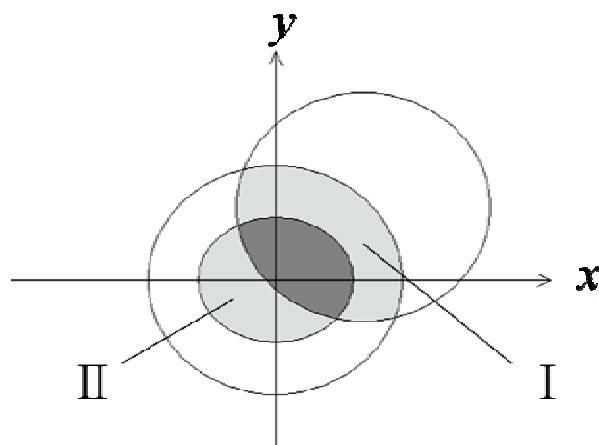


図 1 部分的コヒーレントな場合の伝達関数積分計算

ここでは

） $f(x, y)$ と $\bar{r}, \bar{s}$ シフトした同関数の重なった面積と同時に、この面積と、

）任意の等価光源面積の重なった面積についての積分を行わなければならない。

もし、等価光源の大きさが光学系の入射瞳径より大きい場合には、）の面積は必ず）の面積に含まれることになり $s_E(x, y) = 1$ とした場合のインコヒーレント光源による OTF と等しくなる(図 2(a))。

部分的コヒーレントな場合には、等価光源の大きさが瞳径より小さい必要がある。その場合にも、二つの領域があり、 Δ の面積に Δ の面積が含まれている場合、つまり最大の横ずれの結果による重なり面積に、等価光源の大きさが含まれてしまう場合には、OTF は 1 となり変化しない(図 2(b))。

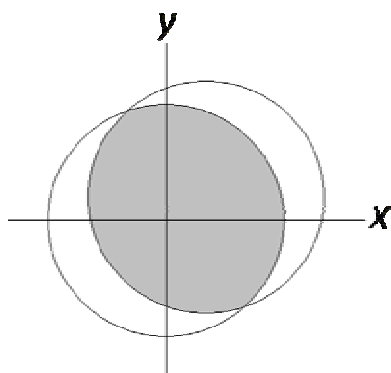


図2(a)

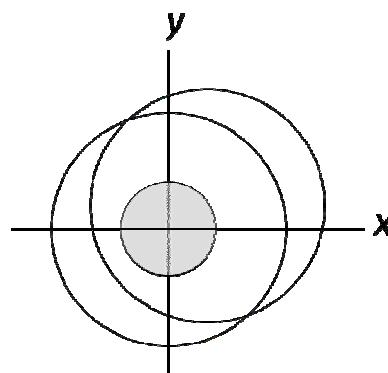


図2(b)

伝達関数積分における等価光源と周波数の関係

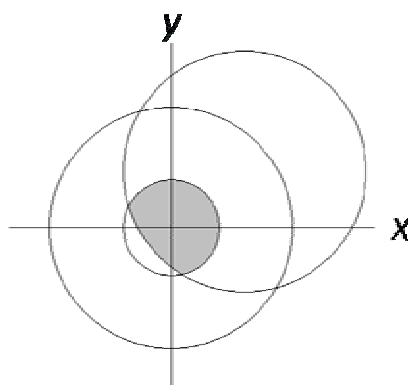


図2(c)

しかし、その領域を過ぎて、横ずれ量が大きくなると次第に横ずれ面積 内に等価光源が含まれなくなり OTF は減衰していく(図 2(c))。そして、等価光源面積 を、瞳の重なりが通り過ぎるとき OTF は 0 になり、遮断される。従って、瞳径を一定に考えると、等価光源面積が小さくなる時、OTF = 1 の周波数領域は広がるが遮断はより低周波数時に起き OTF が値を持つ範囲自体は狭くなる。

5 . 参考文献

- 1) M.Born & E.Wolf :光学の原理 、第 7 版/草川徹訳(東海大学出版会、東京、2005)
- 2) 小瀬輝次：フーリエ結像論 (共立出版、東京、1979)
- 3) 牛山善太：波動光学エンジニアリングの基礎 (オプトロニクス社、東京、2005)