〒101-0032
東京都千代田区岩本町 2-15-8（MAS 三田ビル 3 階）
TEL：03-5833-1332　FAX：03-3865-3318
http://www.osc-japan.com/
e-mail:info@osc-japan.com

光学設計ノーツ　４４（aver.1.0）

# 結像系、光束の切り口における照度

株式会社タイコ
牛山善太

今回は、微小な光源から出た光が結像光学系を通過し結像している場合に、光学系通過中の光束の切り口においての照度分布について考える。また、光学設計・評価における完全拡散光源の取り扱いについても考察したい。

## １．　光束切り口における照度

まず、正弦条件を満たし、球面収差を持たない光学系による照明系を想定しよう(図 1)。

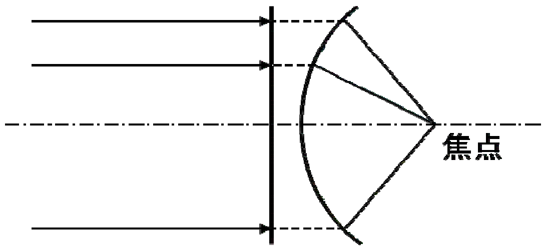


**図1　無収差光学系による軸上結像**

光学系に無限遠点光源からの平行光線が入射するとする。球面収差が無ければ光線はすべて焦点位置に収束することになる。主面は焦点を中心とする球面状になる。それぞれの光線は、前側主(平）面入射時の光軸からの高さを保って、後側主面（この場合球面）から射出し、一点に収束する。

正弦条件とは、本連載で度々触れさせていただいてきたが[1]、球面収差が除去されている時に、その近傍のコマ収差が除去されるための条件である。適度に収差補正されている光学系においてはある程度は満たされている条件と考えてよい。図 1 にある様に、近軸理論では平面であった主平面が、物点、或いは像点を中心とする球面となる。

さて、ここで、図１の光学系をそのまま引っ繰り返し、図２にある様に、焦点位置にある非常に微小な面光源から、光線が発生し光学系に入射、そしてそれぞれ殆ど平行光となって光学系から射出する場合を考えよう。

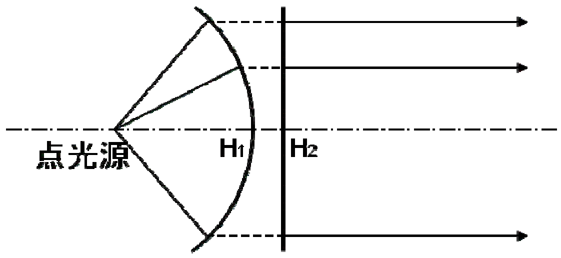


**図2 束面内の照度計算・立体角**

今度は、それぞれの光線は、前側主面入射時（球面）の光軸からの高さを保って、後側主面（この場合主平面）から光軸に平行に射出する。

さらに、光源としては完全拡散面光源を考えて、この光束の主平面近傍での断面上の照度分布を計算してみよう。

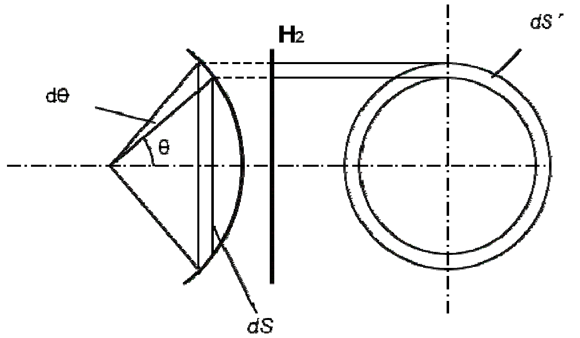


**図3 光束面内の照度計算・主平面上での帯面積**

すると、図３にある様に、$H_1$ 上のリング状の帯面積に対しては、帯の光軸からの高さ $h$ は

$$h = f \sin\theta \qquad (1)$$

であるので、帯面積はこの $h$ を半径とする円の円周に、帯の幅 $fd\theta$ を乗じたものとなる。（rad とは半径１の円の、その角度が切り出すこの長さに等しい。）従ってこの帯に張られる立体角 $d\Omega$ は、

$$d\Omega = 2\pi(fd\theta) f\sin\theta / f^2 \qquad (2)$$

となる。この帯の方向からは光源を角度θで見込むことになるので、微小光源面積をｄｓとすれば、帯からの見かけの光源の面積は $ds\times\ \cos\theta$ として、微小角度幅 $d\theta$ を持つ立体角内に放射されるエネルギー $d\phi$ は、輝度Ｂを用いて

$$d\phi = 2\pi B(fd\theta) f\sin\theta ds\cos\theta / f^2 \qquad (3)$$

である。

　また、$H_2$ 上で、$d\phi$ に含まれるのと同じ光線が形成するリング面積 $ds'$ は、Ｈ２上での二つの円の大きさ(高さ)の差は、

$$f\sin(\theta + d\theta) - f\sin\theta \qquad (4)$$

なので、

$$dS' = \{f\sin(\theta + d\theta) - f\sin\theta\} 2\pi f\sin\theta$$

$$= \{\sin(\theta + d\theta) - \sin\theta\} 2\pi\sin\theta \cdot f^2 \qquad (5)$$

従って、$H_2$ 帯上の照度を考えれば(3)、(5)式より、

$$\frac{d\phi}{dS'} = \frac{2\pi B d\theta\sin\theta\cos\theta ds}{2\pi\sin\theta\left\{\dfrac{\sin(\theta + d\theta) - \sin\theta}{d\theta}\right\} f^2 d\theta} \qquad (6)$$

（６）式右辺分母の中括弧の中は、lim（ｄθ→0）とすれば、sinθの導関数、cosθになるので

$$\frac{d\phi}{dS'} = \frac{Bds}{f^2} \qquad (7)$$

となる。よって、この微小幅を持ったリング上の照度は角度θの変化については定数となり、$H_2$ 上の照度分布は一定となることが分かる。ただし、完全拡散面光源を仮定しているところに注意を要する。完全拡散面を仮定すれば、出力されるビームの断面上における照度分布は均一になる。

因みに、微小面光源が等方的に発光しているとして、単位面積あたりから単位立体角あたりに放射される放射束を等しく $I$ として、(3)式を $I$ で置き換えて

$$d\phi = 2\pi I(fd\theta)f\sin\theta ds / f^2 \qquad (8)$$

(6)式の分母には変わりは無いので

$$\frac{d\phi}{dS'} = \frac{2\pi Id\theta\sin\theta ds}{2\pi\sin\theta\left\{\frac{\sin(\theta+d\theta)-\sin\theta}{d\theta}\right\}f^2 d\theta}$$

$$= \frac{Ids}{\cos\theta\cdot f^2} \qquad (9)$$

となり、ビーム断面においてはθに依存する照度分布が発生することになる。極端にθが大きい場合には(9)式右辺は発散してしまう。これは、面光源の強度分布が等方的であるという設定に矛盾があるからであり、面光源が点光源になる、つまり $ds\to 0$ となることにより解消される。

結像光学系を考える場合にも、その集光能力を現す F ナンバーは、画面中央の照度の比を示すものであり、微小面積が基本となる。また、F ナンバーを計算する場合でも、入力光束は均一な照度分布を持つと考えるのが、汎用的である。光線は可逆であるので、その様な平行光束を齎すのが完全拡散面光源であると考えることも出来る。従って、光学設計においては完全拡散原稿の仮定が合理的である。

## ２．　完全拡散面の光学シミュレーションにおける考え方

　完全拡散面の性質を振り返ってみれば、図 4 にある様に光のエネルギーは法線方向に対する角度の cosθに比例して落ちていくので、光線の担うエネルギーも光源面法線からの角度の余弦に比例して少なくなるべきである。

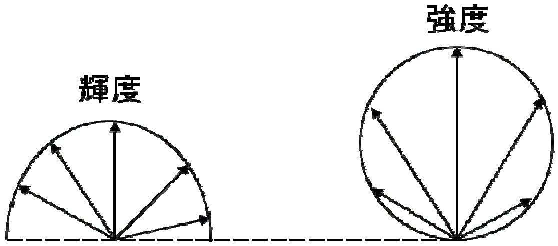


**図4　どの方向への輝度も等しい拡散面のことを完全拡散面と呼ぶ。**

この時の光線とはエネルギーを運ぶ粒子（フォトン）の経路のごときものである。最終的にこの粒子の個数が計測され明るさが計算される。

　この考え方では、被写体が照明光源、或いは平面状のものであれば扱いは比較的シンプルであるが、極一般的な写真における様な被写体を考える場合には、少々事態はややこしくなる。照明光源からの光を受ける２次光源の集合として被写体を考えることになるが、それ故、原稿面の反射・拡散特性が当然、シミュレーションにおいては重要になる。細かく被写体の性質ごと、角度ごとに光線の weight、つまりフォトンの持つエネルギーが決定されなければならない。反射率が高ければ、鏡面的に作用するであろうし、この反射率に応じて光沢のある面も表現されるわけである。しかし、一般的には、拡散性が高く、完全拡散面として評価できる被写体の割合も多いであろうとの予測も出来る。その時には、上述の様に、被写体面素法線と光学系光軸のなす角度θに従って（つまり物体の形状に従って)、光線の weight に cosθが乗じられなければならない。つまり、完全拡散面の均一な照明下の空間では、被写体の形状に応じて、様々な weight を持つ光線、エネルギーを持つフォトンが存在することになる。完全拡散を前提としても、均一な weight の光線ばかりを想定してはならない。勿論、鏡面であるとか、光沢のある被写体が存在する場合には、その面素と一次光源の位置関係等も考慮した細かい光線の角度と関係した weight づけが必要であるが、より計算が簡潔であるはずの、また圧倒的に多く存在を仮定されるであろう完全拡散面の場合にこうした複雑さが発生することになる。

　乱数を用いて光線を発生させるモンテカルロ法を用いれば、この場合でも光線の weight は全て均一に出来る。しかし、光線発生の角度基準軸は面素に直交したものを採用しなければならないので、いずれにしても煩雑である。

それでは、光線を、輝度を示すベクトルの様なものと捕らえたらどうであろうか？完全拡散面からはどの方向にも均一な輝度が観測されるので、同一の領域からの光線は全て同じ weight で良い。被写体面素の位置だけが分かればよいので、計算上これは都合の良い手法である。しかし、光線をフォトン経路とした場合（以下フォトン法）との相違は、最終的にこれらの光線を如何に集計するかにある。フォトン法では光線は単なるフォトンの飛ぶ道筋なので、結局、画素に何本光線が到達したかと言う情報がそのまま明るさの情報となる。例えば、１ワットを担う光線が、ある画素に１０本到達すれば 10 ワットの放射束が直接計算できる。この値を画素面積 $ds$ で割れば照度が得られる。しかし輝度光線法の場合には光線は輝度を現し、ワット/m$^2$/ステラジアンなるディメンジョンを持っているので、放射束・ワット $d\phi$ を得るためには手続きが必要になる。光線が像面上の画素に到達するときに、代表している立体角 $d\Omega$、そして画素面と光線の為す角度 $\delta$ 等の情報がさらに必要になって、

$$d\phi = Bd\Omega \cos\delta dS \qquad (10)$$

となる。最終的には輝度 $B$ の多くの光線によって形成される立体角 $\Omega$ についての(10)式の積分、

$$\phi = BdS \int_{\Omega} \cos\delta d\Omega \qquad (11)$$

が計算されることとなる。従って照度 $E$ は、

$$E = B \int_{\Omega} \cos\delta d\Omega \qquad (12)$$

となる。確かにこちらの処理も煩雑ではあるが、より一般的な被写体で画像シミュレーションを行う場合、或いは撮影画像の画像処理を考える場合には、物界での再現を単純に行える輝度光線法のメリットは大きい。

## ３．参考文献


**1）　牛山善太：光学設計ノーツ第 17 回（オプティカルソリューションズ HP）**
**http://www.osc-japan.com/service/s05_17**

**2）　牛山善太：シミュレーション光学（東海大学出版、東京、2003）**

３）　M.F.Cohen,J.R.Wallace :Radiosity and Realistic Image Synthesis
(Morgan Kaufmann,San Francisco,1993)

４）　R.McCluney:Introduction to Radiometry and Photometry
(Artech House,Norwood,1994)