〒101-0032
東京都千代田区岩本町 2-16-2（F ビル 6 階）
TEL：03-5833-1332　FAX：03-3865-3318
http://www.osc-japan.com/
e-mail:info@osc-japan.com

LED **照明系周辺の光学　2**

散乱について考える。小さな物質に光が当たるとどうなるか　2

株式会社タイコ
牛山善太

前回に引き続き散乱現象に基礎的な事柄について解説させていただきたい。

１．　レーリー散乱

本連載前回において、希薄に存在する非常に小さな質点、分子レベルの大きさの粒子の散乱を考えて、電気双極子放射による散乱による方向を変数とした強度は、電気双極子から十分に遠方なファーフィールドにおいて、

$$I(\theta) = c\varepsilon_0 \frac{P_0^2 \omega^4 \sin^2\theta}{16\pi^2 c^4 \varepsilon^2{}_0} \frac{\left\langle \cos^2(\omega t - kr) \right\rangle}{r^2}$$

$$= \frac{P_0^2 \omega^4 \sin^2\theta}{32\pi^2 c^3 \varepsilon_0 r^2} \qquad (1-17)$$

と導いた。周波数の４乗に比例して、つまり波長の長さの４乗に反比例して強度が変化することが分かる。これをレーリー散乱と呼ぶ。お互いが影響しないほど電気双極子が離れて存在し、また波長に比べ十分に小さい質点を想定した場合にあたる。具体的には分子程度の大きさの質点が、波長よりも十分に離れて存在するときに相当し、大気中の希薄な気体分子による散乱はその代表的なものである。波長依存性は強いが、まばらな独立した電気双極子は様々な方向に向いて存在するので、光波はあらゆる方向に散乱される。短波長の光、つまり青い光程、強く散乱されることになるので、澄んだ空においては青い光が強く四方八方に散乱され空は青く見える。またこの散乱光のせいで星空は見えない。逆に夕焼け時などでは、太陽が地平線付近沈んできて、大気を横方向に長く通過してきた太陽の光を見ることになるので、途中で青い成分を散乱光として失い（消散・extinction）、夕日

は赤く見える。

この時、太陽光が元々進む方向への散乱成分を考えると、それは前方散乱と呼ばれ、無数の質点からの散乱波面（２次波面）は太陽光波（１次波面）の進行方向へは同位相になり干渉により強めあい（コヒーレントに）、太陽光と同じ方向にそのまま進むようになる。（質点からの２次波と１次波が同じ方向に同じ速度で進むので、足並みが揃う）因みに太陽光と異なる方向に観測される散乱成分を側方散乱と呼ぶが、この場合には側方観測点からは、それぞれの質点からの距離、位相関係はランダムであり、インコヒーレントな、それぞれの質点からの散乱強度の和が観測される。これがレーリー散乱の実体である。こうした澄んだ大気中では、散乱光と太陽からの方向の所謂、直射光が存在することになる。空が青いのと同時に、ものの影もくっきりと見える。

２．分子が高密度で存在する媒質における波動光学的考察

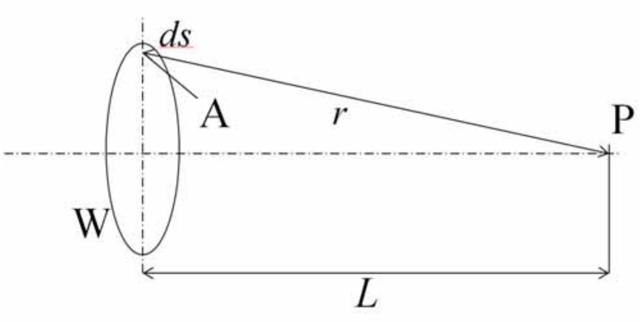

図1　　平面W上における2次球面波の発生

図１にある様に、ある時刻の平面波進行方向に直交する面をＷとして、その面上の点をＡ、Ａ近傍の微小面積をdS'、波面上の振幅を u_A とすれば、rをＡから観測点Ｐまでの距離とすれば、Ａからは以下の如くの２次球面波が発生する。

$$qdS'\frac{\exp(-ikr)}{r}u_A \qquad (1)$$

$\boldsymbol{q}$はここでは比例定数として置いておく。よって、ホイヘンスーフレネルの原理から、多数の電気双極子Ａが高密度でＳ上に存在すると考えて、Ｐにおける影響は、面Ｗ上の面積を$dS' \fallingdotseq dxdy$として

$$u(P)=q\iint_{-\infty}^{\infty}u_A\frac{\exp(-ikr)}{r}dxdy \qquad (2)$$

となる。ここで、P と平面 W の距離を L とすれば、積分変数である A 点の位置座標（x、y）と比べて十分に L が大きいと考えれば、

$$r=\sqrt{L^2+x^2+y^2}\approx L+\frac{1}{2L}\left(x^2+y^2\right) \qquad (3)$$

とすることが出来る。これは(2)式の波動の積分に於いては、任意の変数座標(x,y)の近隣の領域のみにおける波動の合成・干渉が、そしてそれらの積み重ねが積分結果に大きな意味を持つと考えられ、その時、近隣の領域の r の差は微小な量であることによる。すると（2）式は、さらに位相項外で $r\approx L$ として、

$$u(P)=\frac{q}{L}\exp(-ikL)\iint_{-\infty}^{\infty}u_A\exp\left\{-\frac{ik}{2L}\left(x^2+y^2\right)\right\}dxdy \qquad (4)$$

となる。すると、積分の公式から

$$\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(\frac{-ikx^2}{2L}\right)dx=\left(\frac{2\pi L}{k}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right)=\sqrt{L\lambda}\exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right) \qquad (5)$$

となるので、u_A を積分可能領域（波面が存在する範囲）内では一定であると考えれば、(4)式は

$$u(P)=\frac{q}{L}\exp(-ikL)u_A L\lambda\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=q\exp(-ikL)u_A\lambda(-i) \qquad (6)$$

となる。$\boldsymbol{q}$ は定数係数であり、この式は明らかに平面波を表わしている。つまり、S 面上の電気双極子による、２次球面波の合成により、再度、進行した平面波が生成されることになる。

さらに、係数 $\boldsymbol{q}$ を求めれば、これとは別に、点 O を含む単位面積の、P に対する影響を考えれば平面波の進行を考えて、

$$u(P) = \exp(-ikL)u_A \qquad (7)$$

となるはずである。(6) 式との比較により

$$q = \frac{i}{\lambda} \qquad (8)$$

であることが分かる。よって、(1) 式の特定の点 A からの球面波は

$$\frac{i}{r\lambda} u_A \exp(-ikr) dS \qquad (9)$$

となる。

ここでの計算結果は前項のものと同じであるが、フレネル・ゾーンについての考え方を踏まえると[4) P103、5)]、ここでの積分は実質、長さにしてホット・ゾーン、つまり第一フレネル・ゾーンの半分の領域が点 P の振幅に寄与することになる。もしこの光学系に開口絞りを設ければ、積分結果が異なり、前項でも触れた様に、このゾーン以外の影響が現れてくることになる。開口に多くのフレネル・ゾーンが含まれている場合には、その影響は微小であるが、開口の大きさが、ホット・ゾーンの領域に近づくに従い影響は大きくなる。そして、次第に上記積分とは異なった結果になり、合成波は必ずしも平面波にはならなくなる。このとき、波面の微小部分も平面波のままで進行する事が出来なくなるので、光線の進行により伝播して行く、光線の直交面である幾何光学的波面（一次波面）は精度的に成立しにくくなり、本来の等位相面を表わす波動光学的波面とは異なる形状となって行く。回折積分計算が必要になる。例えば、レーザビームに於いては細長く指向性の強い、焦点距離が非常に長く、フレネル数が 1 に近い場合がごく一般的に考えられる。この時、ビームの一次波面に直交する光線を設定し、進行したそれら光線に対する直交面を新たな波面としてそのまま考えることは、妥当では無い。

また、既述の通り媒質中の分子、電気双極子による回折波（散乱波）は 2 次波面の様な球面波となると考えられるので（それらが入射波に影響を与え、合成されて射出波となる。)、それらの分子が、ここでのホット・ゾーン内に於いて十分密に、規則正しく存在すれば、それらは上記の連続的な積分と同じ結果を齎す。つまり、その様な媒質を透過した平面波はやはり平面波として射出してくることになり、こうした媒質においては幾何光学が成立する。（この様な媒質の性質は誘電率等の限られた数に代表させることが出来る。大部分の光学機器の設計・評価に於いてはこうした媒質の性質が前提となっている。）もし、波長に比べ分子の密度が希薄であると、連続的な積分とは異なる合成状態が現れ（上述の

レーリー散乱や、今後取り上げるミー散乱等)、透過波はもはや、きれいな平面波ではなくなる。

３． 参考文献

１） M.Born&E.Wolf：光学の原理III、第 7 版/草川徹訳（東海大学出版会、東京、2005）
２） E.Hecht:OPTICS 2nd edi（Addison-Wesley,Reading,1987）
３） 大津元一、田所利康：光学入門（朝倉書店、東京、2008）
４） 牛山善太：波動光学エンジニアリングの基礎（オプトロニクス社、東京、2005）
５） 牛山善太：光学設計ノーツ（http://www.osc-japan.com/service/s05）