

光学設計ノート 35 (ver,1.0)
 部分的コヒーレント結像の考え方 5

コヒーレントな領域、照明系の収差の結像への影響

株式会社タイコ
 牛山善太

今回も部分的にコヒーレントな照明、結像について考えさせていただきたい。
 今回は光源と被照明面の間に照明光学系が存在する場合の、より照明系としては一般的な状態を扱う。照明光学系の収差の影響についても言及する。

これまで暫くの間、解説させて頂いてきた部分的なコヒーレント結像論には一般的な光学設計論とは趣が異なり、確かに取り付きにくい面もあるが、式間のコメント等も増やしてよりご理解いただき易い様に心がけた。エンジニアリングにおいては、わかり易い説明、秩序立てたものは本質的に重要なものである。

1. 照明光学系によるコヒーレント照明、インコヒーレント照明

図1にある様に光軸に対して回転対称な系を考える。

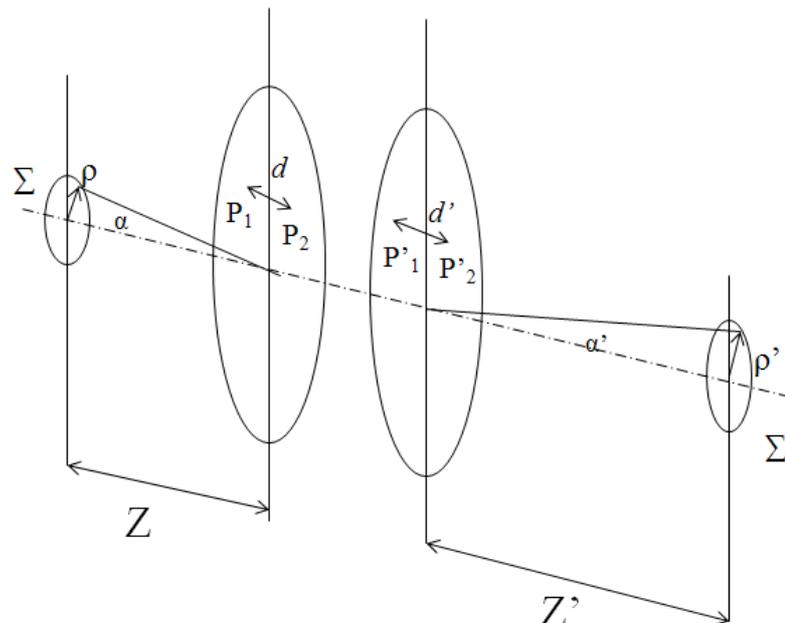


図1 照明光学系による光源像

本連載前回と同じように半径 r の円盤光源 S の半径 r' の像 S' が光学系 L により得られている。この時、開口絞り面上の点を通る光線の、入射瞳、射出瞳座標上における対応点を P_1 、 P_1' 、そしてもう一組 P_2, P_2' とする。

まず、光源面から入射瞳面について考えると、前回(4)式、(そして前回図1)から

$$\left| \overline{SQ_1'} - \overline{SQ_2'} \right| \ll \bar{\lambda} \quad (1)$$

の様な状況であれば $\exp(i\pi) = 1$ と考えられてファン・シッター - ツェルニケの定理より得られる前回(1)式より

$$\mu_{12}(P_1, P_2) = \frac{2J(v)}{v} \quad (2)$$

である。この時、瞳中心から光源への見込み半角 α を用いれば、 P_1 と P_2 の間隔を d として前回(3)式より、

$$v = \frac{2\pi n}{\lambda_0} d \sin \alpha \quad (3)$$

である。物界の屈折率を n を用いて真空中の中心波長 λ_0 を用いて表記してある。

さらに、入射瞳、射出瞳間のコヒーレンスの関係について考えれば、前回と同様の透過関数を導入して、

$$U(S, P_j') = K_j U(S, P_j) \quad j=1,2 \quad (4)$$

とすれば、入射瞳、射出瞳上の強度には以下の関係があるので、

$$\begin{aligned} I(P_1') &= \int_{\Sigma} |U(S, P_1')|^2 dS \\ &= |K_1|^2 \int_{\Sigma} |U(S, P_1)|^2 dS = |K_1|^2 I(P_1) \end{aligned} \quad (5)$$

である。

ここで、前回(12)式 Hopkins の公式はこの場合、

$$\mu_{12}(P'_1, P'_2) = \frac{1}{\sqrt{I(P'_1)}\sqrt{I(P'_2)}} \int_{\Sigma} U(S, P'_1)U^*(S, P'_2)dS \quad (6)$$

と表せる。従って(4)(5)式の関係より、

$$\mu_{12}(P'_1, P'_2) = \frac{K_1 K_2^*}{|K_1||K_2|} \frac{1}{\sqrt{I(P_1)}\sqrt{I(P_2)}} \int_{\Sigma} U(S, P_1)U^*(S, P_2)dS$$

さらに(6)式右辺後半は Hopkins の公式によれば $\mu_{12}(P_1, P_2)$ であるし、右辺の最初の K の項は透過関数 K_1 の位相項の K_2 の位相共役項との積であるから、 φ_1 、 φ_2 がそれぞれ K_1, K_2 の位相を表すとして、

$$= \exp\{i(\varphi_1 - \varphi_2)\} \mu_{12}(P_1, P_2) \quad (7)$$

となる。

ここで、さらに屈折率 n' の均一な媒質に満たされた射出瞳から光源共役像までの空間において(3)式に対応する量、

$$v' = \frac{2\pi n'}{\lambda_0} d' \sin \alpha' \quad (8)$$

を考える。

さて、光軸近傍の近軸領域では、光学系の境界面を挟んで、その前後の屈折率 n, n' 、物体高、像高 y, y' 、そして軸上の物点から光軸との角度 U を為して出発した光線が、光軸上像点に達する時の光軸との為す角度を U' とする時、

$$nYU = n'Y'U' \quad (9)$$

なる量、ヘルムホルツラグランジュ (Heimholtz-Lagrange) の不変量が保存される。この不変量は複数の境界面を持つ光学系においても順次引き継がれ、第一面と最終面との間でも保存される。ここでの検討においては入射瞳、絞り、射出瞳が順次、共役関係にあるので瞳上の P_1, P_2

に対してもそれぞれ保存され、近軸領域では

$$n\alpha d = n'\alpha'd' \quad (10)$$

なので、(8)式より

$$v = v' \quad (11)$$

よって、(2)(7)式より像界の値を主に用いて

$$\mu_{12}(P'_1, P'_2) = \left\{ \frac{2J_1(v')}{v'} \right\} \exp\{i(\varphi_1 - \varphi_2)\} \quad (12)$$

として射出瞳上の複素コヒーレンス度は表現できる。

ここで、前回既述と同様に $v=1$ の場合をコヒーレントの限界、

$$|\mu| \geq 0.88 \quad (13)$$

と考えると、(8)式より、

$$d' = \frac{0.16\bar{\lambda}_0}{n' \sin \alpha'} \quad (14)$$

また、像面上のこの光学系による点光源像におけるエアリーディスク半径を r'_A とすれば
(領域の目安として導入)

$$r'_A = \frac{0.61\bar{\lambda}_0}{n' \sin \theta'} \quad (15)$$

となる。なお像側の開口数 (NA) は

$$NA_{img} = n' \sin \theta' \quad (16)$$

である。よって、(14)式と(15)式を組み合わせると

$$d' = 0.26 \frac{\sin \theta'}{\sin \alpha'} r'_A \quad (17)$$

と表現出来る。ここで、コヒーレントな条件をさらに簡潔に表すために、射出瞳径、光源像径と、それらの間隔 Z' の関係が近軸量として扱える場合には、或いは正弦条件が成立している場合には(17)式は、 ρ' を射出瞳半径として、

$$d' = 0.26 \frac{\rho'}{Z'} \frac{Z'}{\rho'} r'_A = 0.26 \rho' \frac{r'_A}{\rho'} \quad (18)$$

と表せる。 $d' \gg 2\rho'$ となりコヒーレント領域が瞳上全域を占める場合には、射出瞳全面がコヒーレントな状態になる。この時の条件は(18)式より以下の如くに表現できる。

$$\rho' \leq 0.13 r'_A \quad (19)$$

また、

$$\rho' \gg 0.13 r'_A \quad (20)$$

の場合には、 $d' \ll 2\rho'$ であり、射出瞳面内のコヒーレント領域は他の光波の透過領域に比べ微小であり、射出瞳はインコヒーレントな状態にあると考えられる。

2. インコヒーレントな射出瞳照明における照明光学系収差の影響

このインコヒーレントな射出瞳の状態は、像面上の2点 Q''_1 、 Q''_2 を考えるとき、本連載 33 回で考えた (33 回図 1 参照) 状態、インコヒーレントな面光源を前提とした場合と同様であり (32-11)式(33-7)(33-8)式 (或いは (33-9) 式) において Q'_1 、 Q'_2 を Q''_1 、 Q''_2 、 S を P' と置き換えて複素コヒーレンス度 μ_{12} が得られる。この場合の計算に必要となる、射出瞳上の点 P' における強度 $I(P')$ は P' に対応する入射瞳上の点の強度、透過関数の絶対値を元に(5)式により計算される。ここでの計算、入射瞳から射出瞳への光波の伝播の計算には光学系透過の際の位相変化(すなわち波面収差)が含まれていないので μ_{12} は光学系の収差に影響を受けない。

3. 参考文献

- 1) M.Born&E.Wolf: 光学の原理、第7版/草川徹訳(東海大学出版会、東京、2005)
- 2) 小瀬輝次: フーリエ結像論(共立出版社、東京、1979)
- 3) 牛山善太: 波動光学エンジニアリングの基礎(オプトロニクス社、東京、2005)