

光学設計ノーツ 39 (ver,1.0)  
 部分的コヒーレント結像の考え方 9

## transmission cross - coefficient について

株式会社タイコ  
 牛山善太

部分的にコヒーレントな状態における結像を考える上で重要な transmission cross - coefficient の考え方について、今回は触れさせていただきたい。導出についての座標、光学系配置、変数については前回におけるものと同じである。換算座標で書き直した図1をご参照いただきたい。

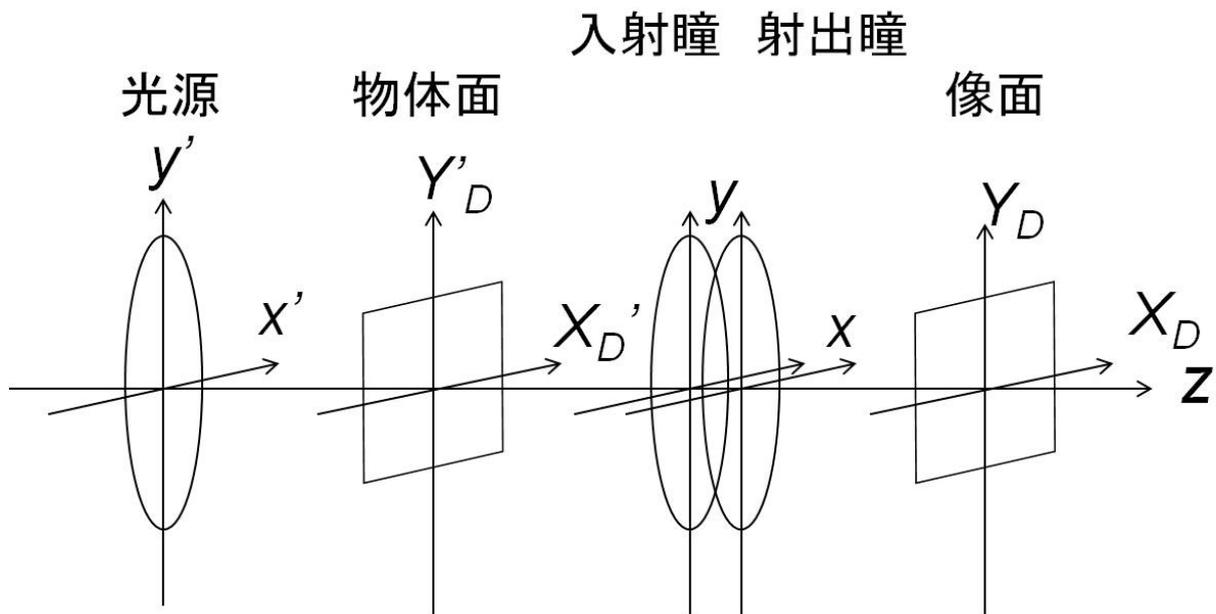


図1 光学系全系(換算座標による)

## 1. transmission cross - coefficient の導出

ここで、物体面上の複素コヒーレンス度を考えると、本連載第 3 2 回 (11) 式より、

$$\mu_{12}(Q_1', Q_2') = \frac{J_{12}(X_{D1}', X_{D2}', Y_{D1}', Y_{D2}')}{\sqrt{J_{11}(X_{D1}', Y_{D1}') J_{22}(X_{D2}', Y_{D2}')}} \quad - (1)$$

ただし、

$$J_{11}(X_{D1}', Y_{D1}') = \left\langle \iint |A(x', y', X_{D1}', Y_{D1}')|^2 dx' dy' \right\rangle = I(X_{D1}', Y_{D1}') \quad - (2)$$

$$J_{22}(X_{D2}', Y_{D2}') = \left\langle \iint |A(x', y', X_{D2}', Y_{D2}')|^2 dx' dy' \right\rangle = I(X_{D2}', Y_{D2}')$$

であって、物体面上における、それぞれの単独の点における強度を表す。

ここで、本連載 33 回ファン・シッター - ツェルニケの定理 (16) 式の場合と同様に  $\mu_{12}(Q_1', Q_2')$  が、点  $Q_1'$ 、 $Q_2'$  の距離のみに依存すると考えると、

$$\mu_{12}(Q_1', Q_2') = \mu_{12}(|X_{D1}' - X_{D2}'|, |Y_{D1}' - Y_{D2}'|) \quad - (3)$$

となるので、(1) 式は、

$$J_{12}(X_{D1}', X_{D2}', Y_{D1}', Y_{D2}') = K \mu_{12}(|X_{D1}' - X_{D2}'|, |Y_{D1}' - Y_{D2}'|) \quad (4)$$

と変形できる。ただし、

$$K = \sqrt{J_{11}(X_{D1}', Y_{D1}') J_{22}(X_{D2}', Y_{D2}')} \quad - (5)$$

と置いた。

さて、結像系の入射瞳面上の複素振幅分布は物体複素振幅分布のフーリエ変換で表されるので、この分布は、

$$o(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} O(X_D', Y_D') \exp\{-2\pi i(xX_D' + yY_D')\} dX_D' dY_D' \quad (6)$$

と表現できる。これを逆フーリエ変換すると、物体面上の複素振幅分布は

$$O(X_D', Y_D') = \int \int_{-\infty}^{\infty} o(x, y) \exp\{2\pi i(xX_D' + yY_D')\} dx dy$$

と出来る。そこで、前回と同様に物体面上の2点に対する

$$O(X_{D1}', Y_{D1}') = \int \int_{-\infty}^{\infty} o(x_1, y_1) \exp\{2\pi i(x_1 X_{D1}' + y_1 Y_{D1}')\} dx_1 dy_1 \quad - (7)$$

$$O(X_{D2}', Y_{D2}') = \int \int_{-\infty}^{\infty} o(x_2, y_2) \exp\{2\pi i(x_2 X_{D2}' + y_2 Y_{D2}')\} dx_2 dy_2$$

を考える。すると、本連載前回の(8)式、

$$J_{12}(X_D, Y_D) = \iiint \int_{-\infty}^{\infty} J_{12}(X_{D1}', Y_{D1}', X_{D2}', Y_{D2}') O(X_{D1}', Y_{D1}') O^*(X_{D2}', Y_{D2}') \cdot ASF(X_D - X_{D1}', Y_D - Y_{D1}') ASF^*(X_D - X_{D2}', Y_D - Y_{D2}') dX_{D1}' dX_{D2}' dY_{D1}' dY_{D2}' \quad (38 - 8)$$

は(4),(7)式より、

$$\begin{aligned}
J_{12}(X_D, Y_D) = I(X_D, Y_D) = & \int \int \int \int_{-\infty}^{\infty} K\mu_{12} \left( \left| X_{D1}' - X_{D2}' \right|, \left| Y_{D1}' - Y_{D2}' \right| \right) o(x_1, y_1) o^*(x_2, y_2) \\
& \cdot ASF \left( X_D - X_{D1}', Y_D - Y_{D1}' \right) ASF^* \left( X_D - X_{D2}', Y_D - Y_{D2}' \right) \\
& \cdot \exp \left\{ 2\pi i \left( x_1 X_{D1}' - x_2 X_{D2}' + y_1 Y_{D1}' - y_2 Y_{D2}' \right) \right\} dX_{D1}' dX_{D2}' dY_{D1}' dY_{D2}' \quad (8)
\end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}
x_1 X_{D1}' - x_2 X_{D2}' = & -(x_2 - x_1) X_D - \left( X_D - X_{D1}' \right) x_1 + \left( X_D - X_{D2}' \right) x_2 \\
& - (9) \\
y_1 Y_{D1}' - y_2 Y_{D2}' = & -(y_2 - y_1) Y_D - \left( Y_D - Y_{D1}' \right) y_1 + \left( Y_D - Y_{D2}' \right) y_2
\end{aligned}$$

と置き、

$$\begin{aligned}
R(x_1, x_2, y_1, y_2) = & \int \int \int \int_{-\infty}^{\infty} K\mu_{12} \left( \left| X_{D1}' - X_{D2}' \right|, \left| Y_{D1}' - Y_{D2}' \right| \right) \\
& \cdot ASF \left( X_D - X_{D1}', Y_D - Y_{D1}' \right) ASF^* \left( X_D - X_{D2}', Y_D - Y_{D2}' \right) \\
& \cdot \exp \left[ -2\pi i \left\{ \left( X_D - X_{D1}' \right) x_1 + \left( Y_D - Y_{D1}' \right) y_1 \right\} \right] \exp \left[ 2\pi i \left\{ \left( X_D - X_{D2}' \right) x_2 + \left( Y_D - Y_{D2}' \right) y_2 \right\} \right] \\
& \cdot dX_{D1}' dX_{D2}' dY_{D1}' dY_{D2}' \quad (10)
\end{aligned}$$

と新たな関数を置けば、(8)式は、

$$\begin{aligned}
J_{12}(X_D, Y_D) = & I(X_D, Y_D) \\
= & \int \int \int \int_{-\infty}^{\infty} o(x_1, y_1) o^*(x_2, y_2) R(x_1, x_2, y_1, y_2) \exp \left[ -i2\pi \left\{ (x_2 - x_1) X_D + (y_2 - y_1) Y_D \right\} \right] \\
& \cdot dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 \\
& - (11)
\end{aligned}$$

となり、(38 - 8)式とは異なる表現が可能となる。上式における  $R(x_1, x_2, y_1, y_2)$  を transmission cross - coefficient (以下、TCC) と呼ぶ。物体(原稿)面複素振幅分布のフーリエ変換と TCC が得られれば、それらから像面上の強度分布が計算出来る訳である。

もし、常に  $R(x_1, x_2, y_1, y_2) = 1$  であれば、(11) 式は、

$$\begin{aligned}
 J_{12}(X_D, Y_D) &= I(X_D, Y_D) \\
 &= \left[ \int \int_{-\infty}^{\infty} o(x_1, y_1) \exp\{2\pi i(x_1 X_D + y_1 Y_D)\} dx_1 dy_1 \right] \\
 &\quad \cdot \left[ \int \int_{-\infty}^{\infty} o^*(x_2, y_2) \exp\{-2\pi i(x_2 X_D + y_2 Y_D)\} dx_2 dy_2 \right] \\
 &= O(X_D, Y_D) O^*(X_D, Y_D) = |O(X_D, Y_D)|^2 \quad - (12)
 \end{aligned}$$

となる。これは、物体の分布と同じ強度分布が得られることを表している。TCC は(10)式にある通り、原稿上の複素コヒーレンス度、光学系の点像振幅分布関数により成り立っているのであるから、 $R(x_1, x_2, y_1, y_2)$  は光学系の結像性能も含めて、コヒーレンスによる像強度分布の変化の程度を表す係数であると考えられる。

## 2. 参考文献

- 1) M.Born&E.Wolf: 光学の原理、第7版/草川徹訳(東海大学出版会、東京、2005)
- 2) 小瀬輝次: フーリエ結像論(共立出版社、東京、1979)
- 3) 牛山善太: 波動光学エンジニアリングの基礎(オプトロニクス社、東京、2005)