

光学設計ノート

光学設計ノート 5 (ver.1.0)

ホログラフィの記録・再生について

株式会社 タイコ
牛山善太

今日、所謂古典的な技術である光学設計の分野においても回折現象を積極的に利用した回折光学素子(DOE)の存在を意識し、その性質をある程度理解せざるを得ない時代になってきている。入門的な意味でその特徴を理解するためには干渉を利用した回折光学素子としてのホログラムの記録、再生の過程を理解することは有用かと思われる。今回はこのような内容について触れさせていただこう。

1. ホログラフィの記録・再生の原理

図1にある様に物体(被写体)面Oからフレネル回折された波面(物体波)を写真フィルムなどの記録媒体Hに記録する場合を考えよう。

H面上、物体波の複素振幅分布を

$$g(x, y) = |g(x, y)| \exp\{i\phi(x, y)\} \quad - (1)$$

としよう。 x - y 直交座標系をH面上に想定する。ここには、特定の照明波面により照明され、被写体を経てH面を通過する、被写体の光学的な3次元的な情報全てが存在する。これをもし直接記録すると、強度を記録することになり、位相情報は失われてしまう。位相情報が失われれば、その残りの強度情報からは、H面以降における、光波の進行を知覚することが出来ない。

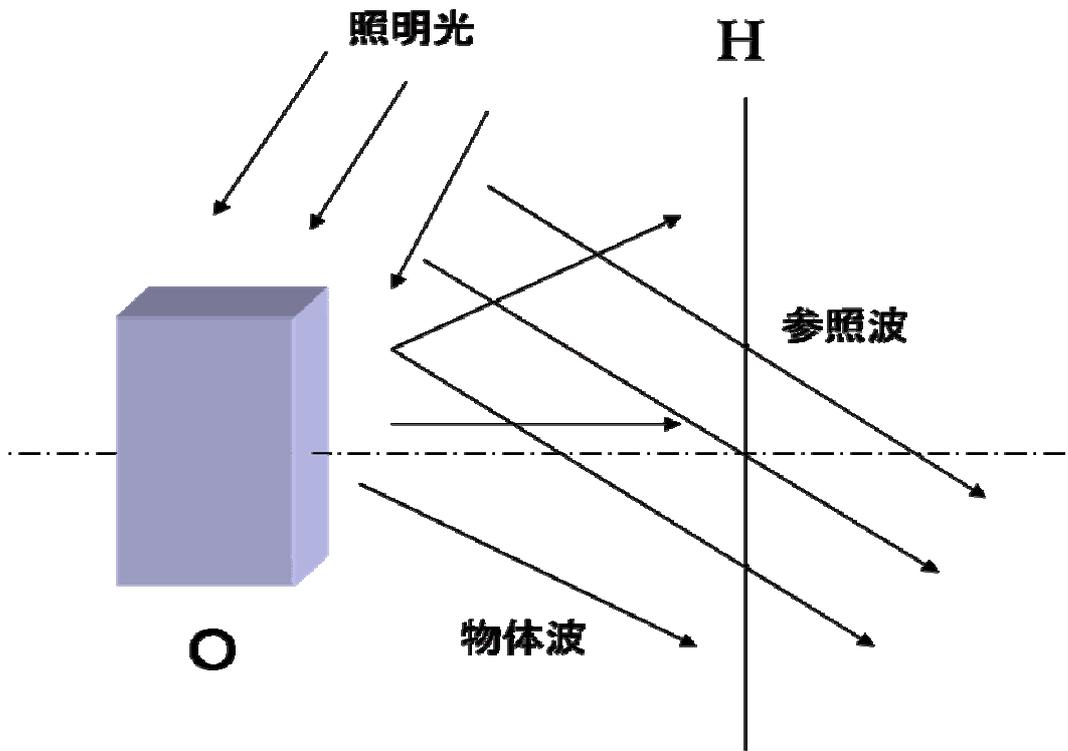


図1 ホログラフィー装置

そこで図 2 の様な、 x 軸に対し 傾いた、 O 面を照らしたものと同一光源からの平面波（参照波）を考えると、 H 面上の $Q(x,0)$ における位相は乾板原点 $M(0,0)$ に対して、

$$\delta = \frac{2\pi \cdot \overline{QK}}{\lambda} = k \overline{QM} \sin \theta = kx \sin \theta \quad (2)$$

と考えられるので、参照波は

$$r(x, y) = R \exp (ikx \sin \theta) \quad (3)$$

と表せる。これを物体波に重ね合わせて記録すると、強度分布は今度は

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |g(x, y) + r(x, y)|^2 \\ &= |g(x, y)|^2 + |R|^2 + |g(x, y)|R \exp [i\{\phi(x, y) - kx \sin \theta\}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ |g(x, y)|R \exp[-i\{\phi(x, y) - kx \sin \theta\}] \\
 = &|g(x, y)|^2 + |R|^2 + 2|g(x, y)|R \cos\{\phi(x, y) - kx \sin \theta\} \quad - (4)
 \end{aligned}$$

と記録されることになる。(4)式第3項に物体波の位相情報が存在している。この様に参照波を用いて物体波の複素振幅分布を記録する技術をホログラフィ(holography)、そして、この複素振幅分布の感光材料記録をホログラム(hologram)と呼ぶ。ホログラム上の振幅透過率分布 $t(x, y)$ は一般的な露光量の範囲では

$$T(x, y) = t_0 + t_1 I(x, y) \quad - (5)$$

従って

$$\begin{aligned}
 T(x, y) = &t_0 + t_1 |g(x, y)|^2 + t_1 |R|^2 + t_1 |g(x, y)|R \exp\{i\phi(x, y)\} \exp(-ikx \sin \theta) \\
 &+ t_1 |g(x, y)|R \exp\{-i\phi(x, y)\} \exp(ikx \sin \theta) \quad - (6)
 \end{aligned}$$

となる。(6)式は様々なホログラムのパフォーマンスを考える上で基本となる重要な式である。なお、 t_0 、 t_1 は乾板の特性、露光条件、現象条件等によって決まる定数である^{1),2)}。

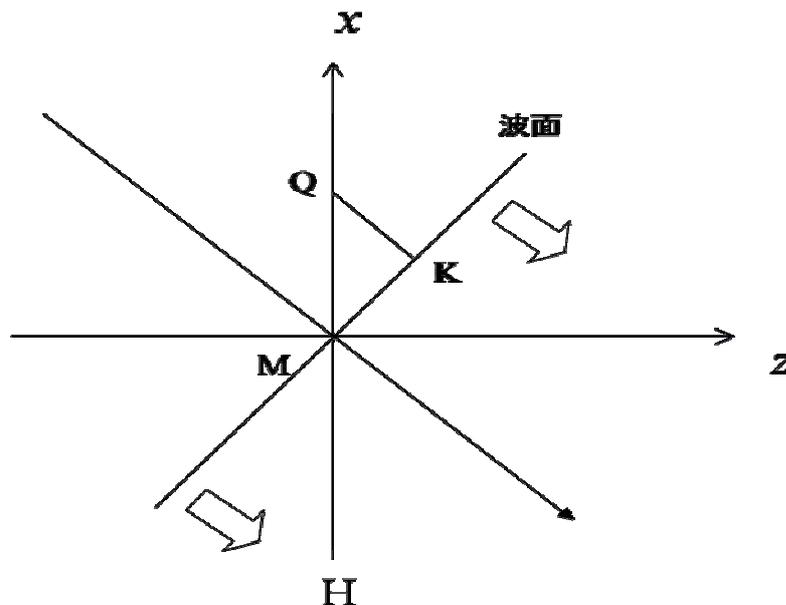


図2 参照波の角度と位相差

さて、(5)式に(6)式を代入し、ビームスプリッターなどを用いて記録したときとまったく同じ参照波、再生光でこのホログラムを照射したとすると、再生波 $r(x,y)$ に、強度分布を記録したホログラムによる振幅透過率フィルターが掛かることになり、透過光とフィルターの積を考えることにより以下の様な光波が発生する。

$$\begin{aligned} T(x,y)r(x,y) = & \left\{ t_0 + t_1 |g(x,y)|^2 + t_1 |R|^2 \right\} R \exp(ikx \sin \theta) \\ & + t_1 |g(x,y)| R^2 \exp\{i\phi(x,y)\} \\ & + t_1 |g(x,y)| R^2 \exp\{-i\phi(x,y)\} \exp(i2kx \sin \theta) \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式右辺第1項は(3)式の参照波と振幅係数以外は同じ光波を表している。つまり、参照波と光の進行方向には変化がなく、また、被写体の位相情報は失われているので、ホログラフィにおいては大きな意味を持たない。これを0次回折光と呼ぶ。

重要なのは第2項以降である。(1)式から明らかなように、物体波に、参照波の振幅、転写条件の定数項が掛かっただけで、物体波そのものが再生されている。この光波(+1次光)は実際に物体からの光波が窓Hを通過する時と強度比例定数項以外はまったく同じなので、上述のホログラフィ行程を経ることにより、物体が存在しなくとも、Hを覗き込むと、あたかも物体が存在するように再生像(虚像)を観察することが出来る。つまり3次元像の記録が可能になる。

そして、(7)式3項について考えてみると、この場合も物体波の位相情報は含まれているが、(35)式から分かる様に、 x 方向について $2kx \sin$ で表される位相差が加えられる事になり、+1次光と比べ、参照光の2倍の角度分、異なった方向に光波が伝播していることが理解できる。さらに、オリジナルの位相項におけるマイナスの符号について考察すれば、物体面が多数の点光源より形成されていて、物体の一点からHに達する波面は球面波になっていると考えられるので、物体波を多数の球面波に分解すれば、の内容をより具体的に記して

$$g(x,y) = \sum_m u_m \frac{\exp\{i(\omega t - kr_m)\}}{r_m} \quad (8)$$

として表され得る。 r はこの場合、点光源から観測点までの距離である。よって(7)式3項

の () を含む項の様に複素共役の場合には

$$g(x, y) = \sum_m u_m \frac{\exp[i\{\omega \cdot (-t) - (-k) \cdot r_m\}]}{r_m} \quad (9)$$

となり、波数 k は光波の進行方向を表すので、光波の進行方向を表す z 軸の方向が逆転した世界となる。その世界では元の物体波と同じ複素振幅を持つので、+1 次回折光とは、 H に対して面对称な鏡像的な光路が形成されて光波は再生光の進行方向と逆向きに広がって行く（図3点線の光路。2 の方向の違いを無視して図示）。ところが、時間 t にも負符号がつくので、更に時間が逆転し +1 次回折光と H に対してこの光路の同じ側に光波は進行し、物体の実像を形成する（図3実線の光路）。これを -1 次回折光による共役像と呼ぶ。この共役像は実像であり、共役点に置いた写真乾板等に物体像を記録することが出来る（図4）。

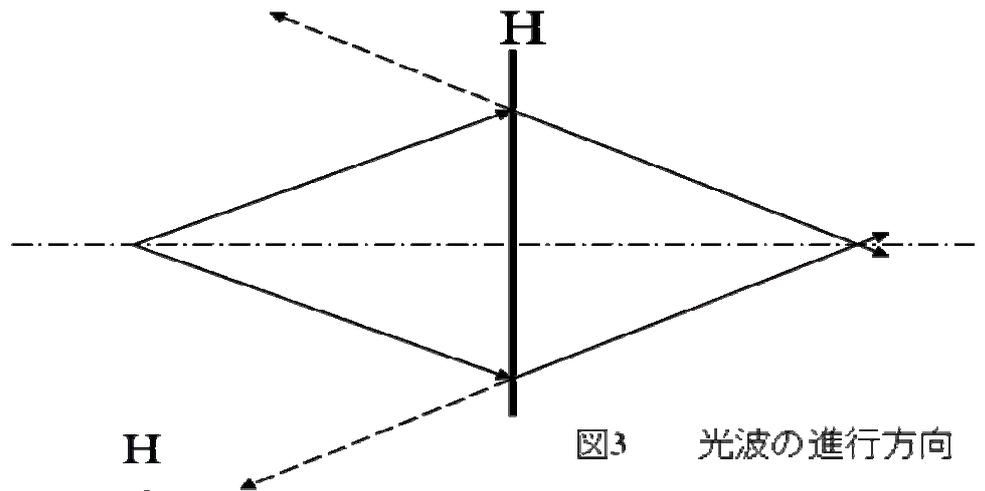


図3 光波の進行方向

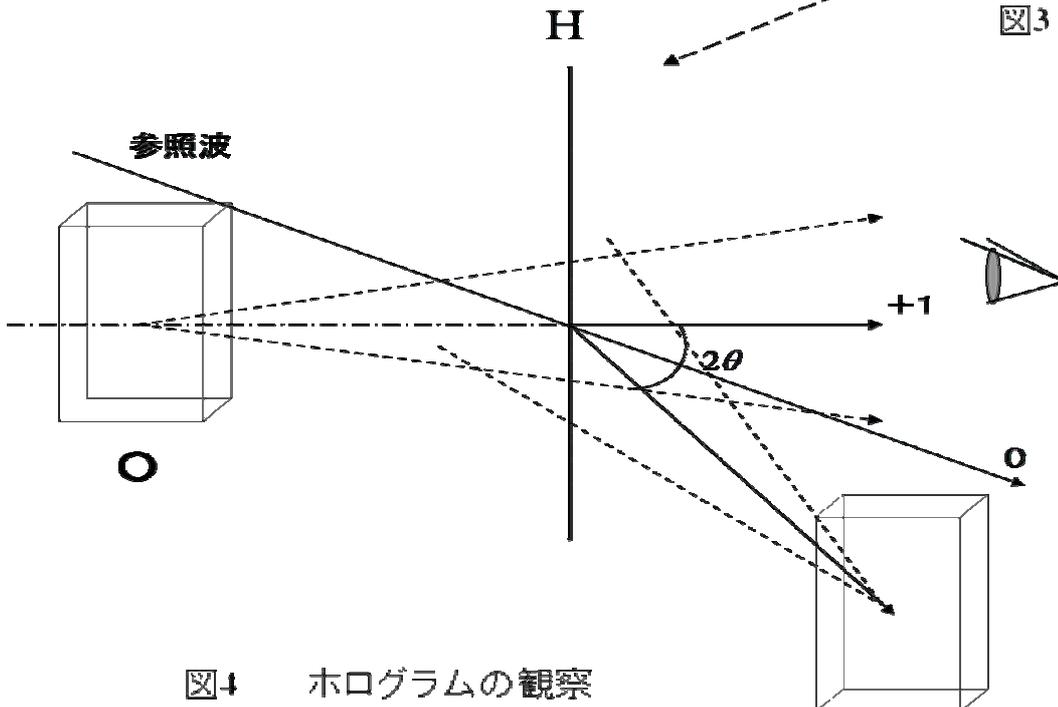


図4 ホログラムの観察

2. 結像作用を持つホログラム

ここで、物体面上の点光源を考えるとそこからのフレネル回折光の複素振幅分布は以下の如くに表せる^{3) P270}。

$$g(x, y) = |g(x, y)| \exp\left\{ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right\} \quad \text{-(10)}$$

従って、ここでは角度 $\theta = 0$ 方向からの参照平面波を考えるとホログラムの振幅分布は

$$T(x, y) = t_0 + t_1 |g(x, y)|^2 + t_1 |R|^2 + t_1 |g(x, y)| R \exp\left\{ik \frac{(x^2 + y^2)}{2z}\right\} \\ + t_1 |g(x, y)| R \exp\left\{-ik \frac{(x^2 + y^2)}{2z}\right\} \quad \text{-(11)}$$

実数に戻して表現すれば

$$T(x, y) = t_0 + t_1 |g(x, y)|^2 + t_1 |R|^2 + t_1 |g(x, y)| R \cos\left[k \frac{(x^2 + y^2)}{2z}\right] \quad \text{-(12)}$$

このホログラムに $\theta = 0$ の再生光を照射すれば、振幅定数項を定数にまとめてしまえば、

$$T(x, y)r(x, y) = A + B \exp\left\{ik \frac{(x^2 + y^2)}{2z}\right\} + B \exp\left\{-ik \frac{(x^2 + y^2)}{2z}\right\} \quad \text{-(13)}$$

となる。上式右辺第 1 項は再生光と同じ方向に進む平行光束を、第 2 項は全くフレネル回折式と同じ式であり、ホログラム通過後、あたかもホログラム記録に用いた元の点光源からやって来た様に振舞う光波（虚像形成）を、そして第 3 項はホログラムを挟んで z 軸方向に逆さのパフォーマンスをする、つまり収束しつつ光源の実像を形成する光波（実像形成）を表している(図 5)。

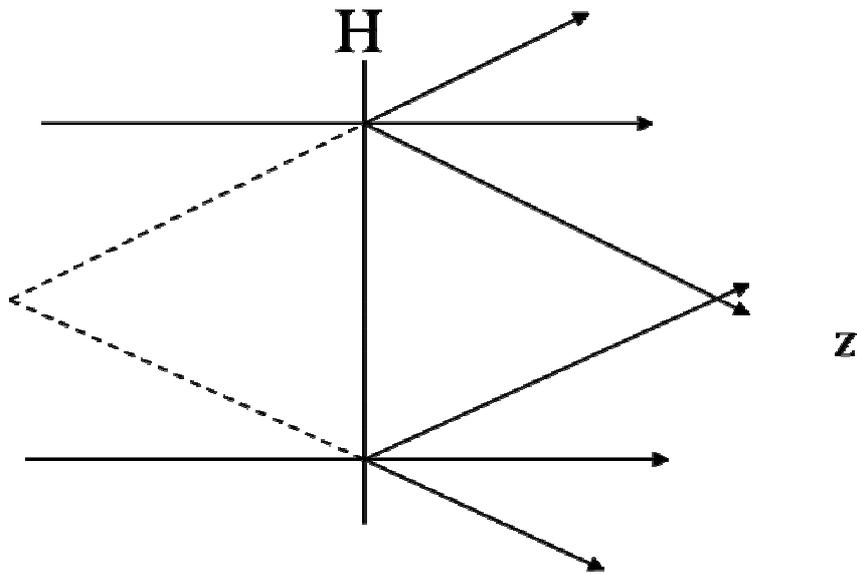


図5 ホログラムの結像作用

ここで、再生光の角度のみ θ が値をもつとすれば(13)式は

$$T(x, y)r(x, y) = A \exp(ikx \sin \theta) + B \exp\left\{ik \frac{(x^2 + y^2)}{2z}\right\} \exp(ikx \sin \theta) \\ + B \exp\left\{-ik \frac{(x^2 + y^2)}{2z}\right\} \exp(ikx \sin \theta) \quad (14)$$

となり、再生光の方向に沿って、所謂軸外に上記ホログラムの両側で虚像と実像が形成されることになる。

参考文献

- 1) 辻内順平：ホログラフィー（裳華房、東京、1997）
- 2) 石黒浩三：光学（共立出版、東京、1953）
- 3) 牛山善太：波動光学エンジニアリングの基礎（オプトロニクス社、東京、2005）