提供：
株式会社オプティカル ソリューションズ
〒101-0032
東京都千代田区岩本町 2-16-2（F ビル 6 階）
TEL：03-5833-1332　FAX：03-3865-3318
http://www.osc-japan.com/
e-mail:info@osc-japan.com

光学設計ノーツ

光学設計ノーツ　９　（ver.1.0）

画像処理による点像補正について

株式会社タイコ　牛山善太

１．点像の補正、その基本的な考え方

画像処理における点像の補正は、一般的には歪曲収差補正の場合とは異なり、画像内で分離された情報を扱う訳では無いので困難が伴う。画像回復的な意味を持っており、進展が大いに期待される分野であり、またデジタル画像と言うものが歩を進めて行かざるを得ない方向でもあろう。そこには種々の手法があるがここでは最も基本的な、光学的な範囲から逸脱しないデジタル・フィルタリングの考えかたを示す。

簡便のため１次元で考えて、原画像を g(x)、悪化した画像を $f(x)$、光学系の点像強度分布 PSF を $h(x)$とすればアイソプラナティックな領域ではコンボリューションを＊で表して、

$$f(x) = g(x) * h(x) \qquad (1)$$

と表現できる。従ってフーリエ変換して、式を変形すれば

$$G(v) = F(v)\frac{1}{H(v)} \qquad (2)$$

さらに逆フーリエ変換して

$$g(x) = f(x) * \left[\frac{1}{H(v)}\right]^{FT^{-1}} \qquad (3)$$

が成り立つ。周波数領域で $H(v)$の逆数フィルター（インバース・フィルター）を乗ずるか、画像に、フィルターの逆フーリエ変換関数を畳み込めば、$g(x)$が再現できる事になる。PSF が分かっていれば完全な再現が可能となるはずであり、これが点像復元の基本的な考え方である。ここで、(2)或いは(3)式から分かる事は、$H(v)$が０に近い領域では発散してしまい、この式が成り立たないという事である。計算上は、この不都合はなんとか技術的にカバーすることが出来るが、OTF が値を持たない領域では復元はそもそも不可能な事が分かる。これは当然の話ではあるが、OTF 中にその痕跡を残す低コントラスト情報のコントラストを適切に引き上げる事が光学的な点像復元と言う事になろう。（ローパス・フィルターで圧

せられた MTF レスポンスを復活させることは、その分かり易いケースである。）そうすると、高周波数領域で伸びる MTF を持った光学系の方がこうした画像処理の能力を発揮し易い事となる。復元可能な精度の高い製作が可能であれば、光学設計値から PSF を引用する事も可能であろうが、多くの分野では、この常に画面上で変化し得る PSF を追い求める事が必要になる。

　さらに、適切な $h(x)$が見つかったとしても、実際には多くの場合画像にはさらにノイズが伴っていて(1)式は、

$$f(x)=g(x)*h(v)+n(v) \tag{4}$$

となる。ノイズ項にも $H(v)$の逆数フィルターが乗ぜられ、一般的に高周波域に存在するノイズは不要に増大されてしまう。これらの問題を克服し、上記、空間周波数フィルタリングを実際に運用するためにウイナーフィルター[1,2]なるものが利用されている。フィルタリング等の詳細には本稿では触れないが、基本的な回復された画像 g'(x)と、元画像 g(x)の 2 乗平均差、

$$\varepsilon=\int_{-\infty}^{\infty}\left|g(x)-g'(x)\right|^2 dx$$

を最小、極値となるように求められたフィルターであって、結果だけ 1 次元で記せば、空間周波数領域でのフィルター$M(v)$は

$$M(v)=\frac{H^*(v)}{\left|H(v)\right|^2+P} \tag{5}$$

ただし、(5)式中の P は、ノイズと劣化画像信号のパワースペクトル比、

$$P=\frac{\phi_n(v)}{\phi_f(v)}$$

である。正常な信号に比べてノイズのパワーが強いと(5)式右辺の分母が大きくなり、ノイズ成分の増大を防ぎ、$H(v)$=0 の場合にも(5)式の値は 0 になり利用に際し好都合である。

　こうして一般的に広く用いられるウイナーフィルターではあるが、周波数ごとのパワースペクトル比が得られていることが必要と成り、またノイズが平均値 0 となるランダムなものであること、信号とノイズの無相関性などを前提としていて、現実とは乖離している面もあり、最適のものとは言いにくい。特にレンズ性能による劣化の精密な画像回復を試みる場合には、一般的には PSF は線形的には変化せず、アイソプラナティク領域を前提としているウイナーフィルターの運用には工夫が必要と成る。

ここでは、基本的な理解のため周波数領域で行なわれる処理についても考えたが、処理速度、計算規模の問題から(2)式で示した実空間領域での畳み込みとして画像処理出来ればより効率的である。具体的には劣化した画像 $f(x)$に適切に求められたフィルター、つまり画素毎に具体的な数値を持った画素の塊が畳み込まれる（デジタル・フィルタリング）。この塊の範囲が狭いほど計算効率は上がる事になる。しかし、(2)式における $H(v)$の逆数であるインバースフィルターを仮に $2\left(1-v^2\right)^{-1/2}$ と置いてみると、実空間では逆フーリエ変換の結果、図１のベッセル関数となる。この様な関数であると非常に計算範囲が広くなり、また、フィルター設定の不適切さに敏感に反応する。従って実際の PSF、或いは OTF から扱い易い性質のフィルターを見つけ出す事が肝要となる。

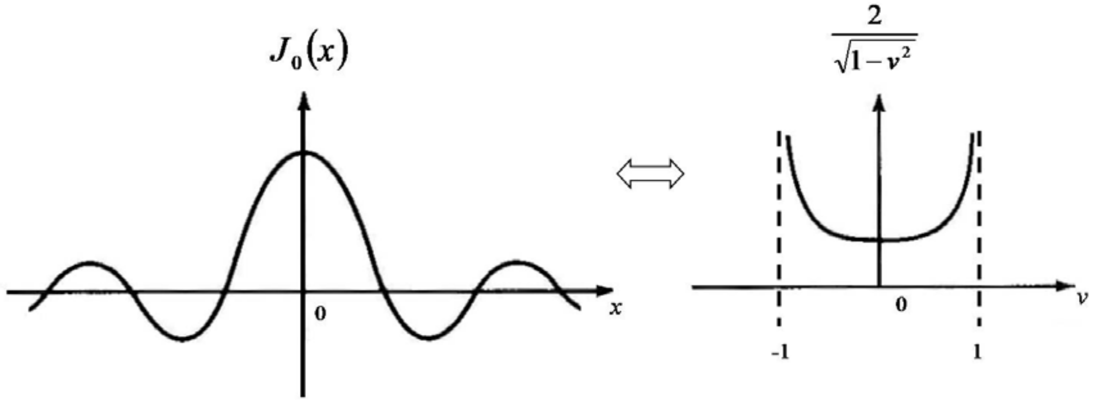

図1　フィルターのフーリエ変換対

２．離散的な空間フィルターを用いた場合

ここで、(1)式にあるノイズが存在しない系を考える。ここで、下記の様な離散的な２N+1 個（間隔$\triangle x$）のサンプル点による関数 $m(x)$を考える。

$$m(x)=\sum_{n=-N}^{N} W_n \cdot \delta(x-n\Delta x) \qquad (6)$$

この関数と劣化画像 $f(x)$とのコンボリューションにより新たな画像 g’(x)が得られるとする。

$$g'(x)=f(x)*m(x) \qquad (7)$$

従って(1)式の関係より

$$g'(x) = g(x) * h(x) * m(x) \qquad (8)$$

ここで、$b(x)=h(x)*m(x)$ と置けば、(8)式より、$b(x)$がデルタ関数と成る時、$g'(x)=g(x)$となり、完全な再現が行なわれるはずである。もし $m(x)$に上記インバースフィルターの逆フーリエ変換を考えれば、(8)式は

$$G'(\nu) = G(\nu) \cdot H(\nu) \cdot \frac{1}{H(\nu)}$$

$$B(\nu) = 1$$

となり完全に元原稿が再生され、$b(x)$はやはりデルタ関数となる。しかし、既述の如くにインバースフィルイターの空間領域での関数は一般的に非常に広範に渡る、複雑な形状の関数となる。関数の発散の問題、ノイズの問題も含めて、計算を実際的に行うためには(6)式におけるウエイトを適切に用いて有限の範囲にまとまった、しかも理想的なインバースフィルターの性質もある程度反映した扱い易いフィルターを用いる事が必要になる。(8)式の計算を進めて行けば以下の形になる。

$$\begin{aligned} g'(x) &= g(x) * h(x) * \sum_{n=-N}^{N} W_n \cdot \delta(x - n\Delta x) \\ &= g(x) * \sum_{n=-N}^{N} W_n \cdot h(x - n\Delta x) \end{aligned} \qquad (9)$$

ここで、

$$b(x) = \sum_{n=-N}^{N} W_n \cdot h(x - n\Delta x) \qquad (10)$$

である。実際には理想（インバース・フィルタリング）は捨てて、コンピュータ計算に適した $m(x)$をもたらす、妥当な形の $b(x)$（修正された PSF）を決め、その $b(x)$を実現する $m(x)$と劣化画像のコンボリューション((7)式)により修正画像を得ることとなる。

３．参考文献

１）　飯塚啓吾：光工学（共立出版、東京、１９８３）

２）　一岡芳樹：光応用技術Ⅲ−2（テキスト）画像処理（JOEM、東京、1999）

３）　牛山善太、草川徹：シミュレーション光学（東海大学出版会、東京、2003）

４）　谷田貝豊彦：光とフーリエ変換(朝倉書店,東京,１９９２)