

## レンズを使う 10 〈アッベ数について〉

株式会社タイコ

牛山善太

前回、述べさせていただいた様に、色収差とは、一般的に、レンズを通過する光線の色・波長の違いにより、レンズの媒質の屈折率が異なり、それぞれの波長による像面上収束点が一致しないことを言い、画像の乱れを引き起こす。この色収差は、焦点距離計算などにおける、光線追跡計算の一次近似の領域においても存在し、或る意味では、最も基本的かつ構造的な収差であると考えられる。(勿論、高次の領域においても存在する。)

ここでは、この近軸領域における色収差についての重要な係数、アッベ(Abbe)数について解説させて戴きたい。

### 1. 焦点距離の色収差

まず最初に、焦点距離 $f$ の薄肉系単レンズの焦点距離についての色収差について考えよう。簡便のためレンズの厚さを0と考え、1面、2面の曲率半径をそれぞれ $r_1$ 、 $r_2$ 、硝子の屈折率を $n$ とすれば(図1)、

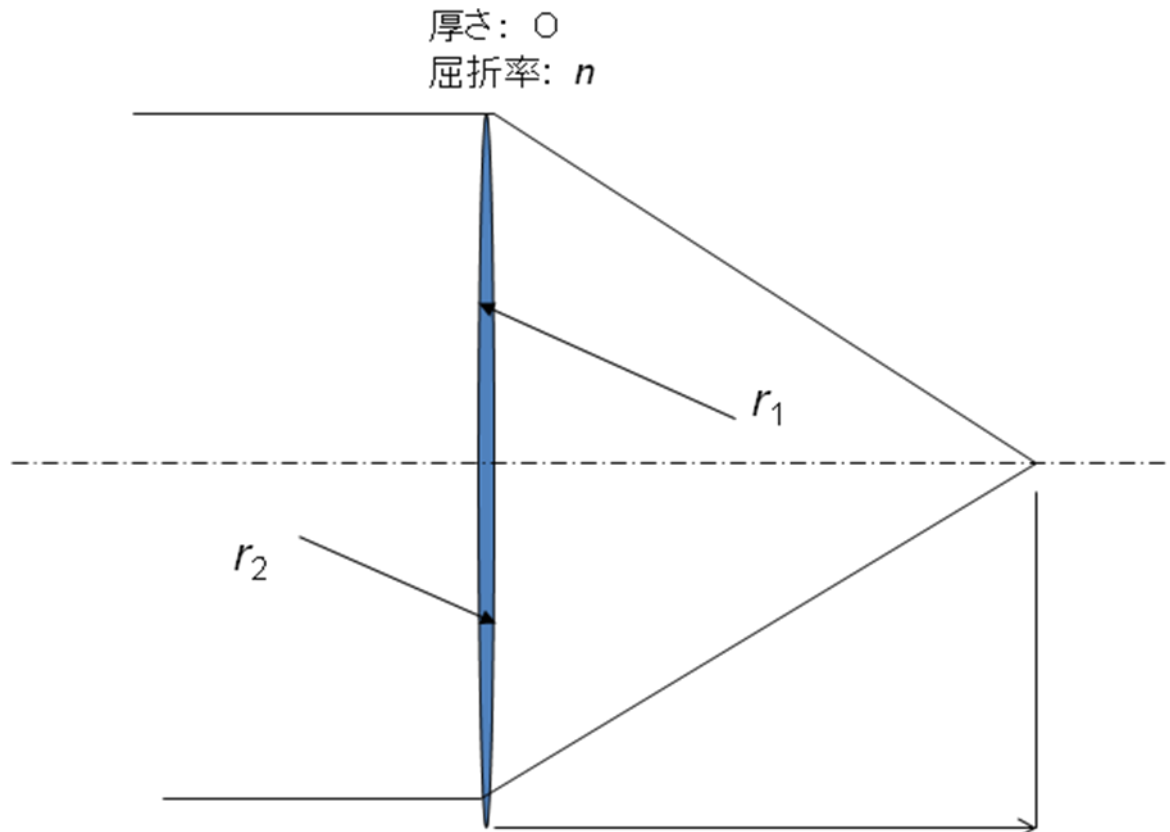


図1 薄いレンズ

近軸光線追跡式より、

$$\begin{aligned}\alpha'_2 &= \alpha'_1 + h \frac{1-n}{r_2} \\ &= \frac{n-1}{r_1} + 1 \cdot \frac{1-n}{r_2}\end{aligned}$$

なので、焦点距離を  $f'$  とすれば、一般的な単レンズなどの様に 2 面で構成されている光学系の場合には、

$$\alpha'_2 = \frac{1}{f'}$$

なので、焦点距離について以下の近軸関係が成り立つ。上式までの一連の導出の理解には多少の近軸理論についての知識<sup>5)</sup>があるので、ここでは以下の(1)式を前提として、(1)式からお読みいただいで構わない。

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad - (1)$$

よって、 $f'$  について解いて、

$$f' = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} (n-1)^{-1} \quad - (2)$$

さて、ここで微小な屈折率差により焦点距離がどう変わるかを知るために、(2)式を  $n$  で微分すれば、以下の式が得られる。

$$\frac{df'}{dn} = -\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} (n-1)^{-2} = -f' (n-1)^{-1}$$

そして整理すると、 $\lambda$ が変化する事による屈折率の微小変化  $\delta n$  に対する焦点距離の変化  $\delta f'$  の関係が以下の通りに求められる。

$$\frac{\delta f'}{\delta n} = -f'(n-1)^{-1}$$

$$\frac{\delta f'}{f'} = -\frac{\delta n}{n-1} \quad (3)$$

$\delta n$  を一般的に**分散**、右辺の逆数を正にとつて、

$$v = \frac{(n-1)}{\delta n} \quad (3.1)$$

をこの硝材の**分散率**と呼ぶ。

## 2. アッベ数

通常、特定の領域の波長を表わす場合には、既存の物質から得られ、実験的に得やすい Fraunhofer のスペクトル線<sup>6)</sup>を利用することが多い。また前回触れさせて戴いた人間の可視域 (380-700nm 程度の範囲) を考慮して光学では多くの場合 (特に写真レンズの場合) d線、F線 C線などの色収差を考えることが多い。d線(587.6nm)を中心として、C線(656.3)、F線(486.13)の焦点距離の色収差を考えれば、(3)式より、d線を挟んで色収差はプラスマイナス方向、逆に出ると考えられるので、

$$\begin{aligned} \frac{\delta f'}{f'} &= \left( \frac{\delta f'}{f'} \right)_{Fd} - \left( \frac{\delta f'}{f'} \right)_{Cd} \\ &= -\frac{n_F - n_d}{n_d - 1} + \frac{n_C - n_d}{n_d - 1} \\ &= -\frac{n_F - n_C}{n_d - 1} \quad - (4) \end{aligned}$$

(4)式右辺の逆数  $\nu_d$  をとり、正の値を考えると

$$\nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad - (5)$$

この値を**アッベ(Abbe)数**と呼び、硝材などの光学媒質の波長に依存した性質を表わす定数である。当然、アッベ数が大きくなると、分散は小さくなる。本連載、前回第 22 回に掲載させていただいた硝子表<sup>7)</sup>の横軸にはこのアッベ数がとってある。

これまでの導出過程よりご理解いただける通り、あくまでもアッベ数は可視域の d 線を中心とした色収差の検討に用いられるべき値であることに留意が必要である。

さて、(5)式を(3)式に代入し計算すると

$$\delta f' = -\frac{f'}{\nu_d} \quad - (6)$$

となり、焦点距離もアッベ数も限られた値の範囲(極端に大きかったり、小さかったりしない)にあるので、一種類の硝子より成り立つ薄肉単レンズにおいては、必ず焦点距離の色収差が存在することが理解できる。

### 3. 参考文献

- 1) 油 大作:通信講座テキスト“光学技術の基礎講座”(トリケップス、東京、1993)
- 2) 小倉敏布:写真レンズの基礎と発展(朝日ソノラマ、東京、1995)
- 3) 高野栄一:レンズデザインガイド(写真工業出版社、東京、1993)
- 4) 辻内順平:光学概論 I (朝倉書店、東京、1979)
- 5) 松居吉哉:結像光学入門(JOEM、東京7)1988)
- 6) 村田和美:光学(サイエンス社、東京、1979)
- 7) <http://www.ohara-inc.co.jp/jp/product/optical/opticalglass/data.html>