

提供：



株式会社オプティカルソリューションズ

〒101-0032

東京都千代田区岩本町 2-15-8 (MAS 三田ビル 3 階)

TEL : 03-5833-1332 FAX : 03-3865-3318

http://www.osc-japan.com/

## 光学設計ノート 61 (ver. 1.0) 厚いホログラムについて

株式会社タイコ  
牛山善太

本連載第 5 回においてホログラムの原理について触れさせていただいた。そこではホログラム平面内に干渉縞が記録される所謂、薄いホログラムの範疇でお話をさせて頂いた。今回はその続きとして厚みのある、体積のあるホログラムについて考えさせていただきたい。前回は予備知識として平面波について触れさせていただいたが、今回からホログラム媒質内の干渉についての解説を始めさせていただく。

### 1. 厚いホログラム内の干渉縞について

さて、ここで体積（感光材による）のある厚いホログラムについて考える。ホログラフイーとしての基本構造は本連載 5 回と同じと考えて頂いて差し支えない。簡便のために物体波ならびに参照波がともに平面波であるとする。感光材内の波数ベクトルをそれぞれ、 $\mathbf{k}_1$ 、 $\mathbf{k}_2$  とする。波数ベクトルとは、波面の進行方向を向く、大きさ  $2\pi/\lambda$  のベクトルである。 $\lambda$  は媒質中の光の波長である。

さらに、二つの波面は  $z$  軸と平行にし、二つの波面の進行方向を 2 等分するように、 $z$  軸と直交する  $x$  軸をとる (図 1) [1]。

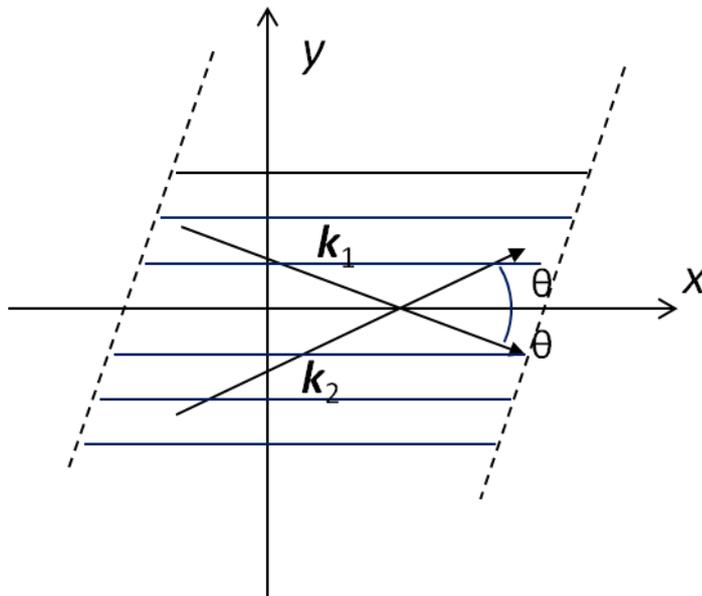


図 1 回折光、参照光と干渉縞

すると前回本連載第 60 回 (9) 式を導いた時と同様に、また 60 回(14)式のように位置ベクトルを導入して、

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{r} = k \cos \theta \cdot x + k \sin \theta \cdot y \quad (1)$$

$$\vec{k}_2 \cdot \vec{r} = k \cos \theta \cdot x - k \sin \theta \cdot y \quad (2)$$

と出来る。これら二つの波動の合成波は

$$u = A_1 \exp \{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)\} + A_2 \exp \{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)\} \quad (3)$$

となる。従って強度は以下の振幅の絶対値の 2 乗に比例する。

$$\begin{aligned} |u(x, y)|^2 &= \left| A_1 \exp \{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)\} + A_2 \exp \{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)\} \right|^2 \quad (4) \\ &= \left| A_1 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) + A_2 \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) + iA_1 \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) + iA_2 \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) \right|^2 \\ &= A_1^2 \cos^2(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) + A_2^2 \cos^2(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) + 2A_1 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) A_2 \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) \\ &\quad + A_1^2 \sin^2(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) + A_2^2 \sin^2(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) + 2A_1 \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) A_2 \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) + 2A_1 A_2 \sin(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) \sin(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \{(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) - (\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)\} \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}\} \quad (5) \end{aligned}$$

よって(1),(2)式より、

$$|u(x, y)|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\{2kysin\theta\} \quad (6)$$

従って、感光材中の干渉縞は y 軸方向のみに周期性を持ち、y 軸と垂直で x 軸に平行な幾多の平面により構成されることが分かる。これら平面の存在周期は(6)式 cos の位相が 0 から  $2\pi$  変化する y の範囲で表わされるので、

$$2\pi = 2kysin\theta$$

$$\pi = \frac{2\pi}{\lambda} y \sin\theta$$

$$y = \frac{\lambda}{2\sin\theta} \quad (7)$$

として得られる。

## 2. 光波再生について [2]

ここで、図 2(a)にあるような前項で考えた 3 次元的な干渉縞が層をなし存在するとする。

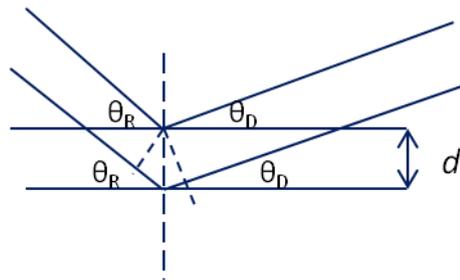


図 2(a) 異なる層からの回折

このホログラムに媒質内で干渉縞と角度  $\theta_R$  をなす平面波の参照光を照射し、物体波を再生することを考える。まず、距離  $d$  離れた第一層と第二層で発生する角度  $\theta_D$  の回折光を考えれば、これら 2 つの射出波の位相差を考えると、 $\lambda$  を媒質中の波長として、干渉縞一本分離れているので

$$d(\sin\theta_R + \sin\theta_D) = \lambda \quad (8)$$

が成り立つ時、光波は強めあい回折波が現れる。

また、図 2(b)中第一層に入射し回折する平面波を考えると、

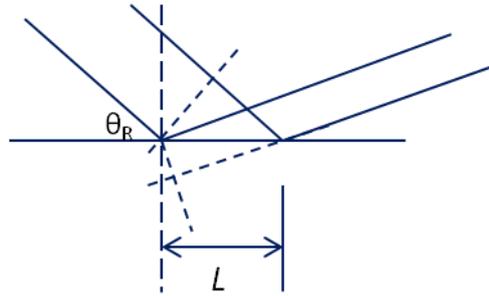


図 2(b) 同一の層からの回折

平面波の任意の 2 か所でこの面に入射する正弦波を考えればこれら入射点の間隔を  $L$  とすれば (以下  $p, m$  は整数)、

$$L(\cos \theta_R - \cos \theta_D) = p\lambda \quad (9)$$

が、回折光同士が強めあう条件である。さてここで図のさらに右側、 $L'$ の位置に同じ角度で入射し、角度  $\theta_D$  で回折される正弦波を考えれば、やはり、(9)式と同様に考えて、

$$L'(\cos \theta_R - \cos \theta_D) = m\lambda \quad (10)$$

が成り立つ。ところが(9)式を(10)式で片々割れば、

$$\frac{L}{L'} = \frac{p}{m} \quad (11)$$

となり、少なくとも入射点の距離の比が、常に整数の比で表わせ得なくてはならないことになる。光波は連続して平面波面を形成しているので、連続する  $L'$  の値について物理的にスムーズな  $p$ 、 $m$  の値で、この条件を満たすことは不可能である。従って

$$L(\cos \theta_R - \cos \theta_D) = 0 \quad (12)$$

つまりすべての位置で回折光が強めあうためには必然的に

$$\theta_R = \theta_D \quad (13)$$

が条件となる。さらに(13)式と(8)式は両立せねばならないので、入射角、回折角を改めて  $\theta_R$  とおいて

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_R} \quad (14)$$

となることが回折波が観測できるための条件となる。これを **Bragg** の条件と呼ぶ。

さてここで、(7)式により干渉縞の間隔は  $y$  として得られているので(7)(14)式から

$$\frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_R}$$

$$\theta_R = \theta \quad (15)$$

となり、参照波と同じ角度で、再生光が入射した場合に回折光が再現されることが分かる。

### 3. 格子ベクトル

さて、(5)式におけるベクトルの差を

$$\vec{K}_g = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \quad (16)$$

と格子ベクトルなるもので表わせれば、Bragg の条件を満たしている場合には図 3(a) におけるように、格子ベクトル、再生光の波数ベクトル、回折光の波数ベクトルは閉じていることが分かる。

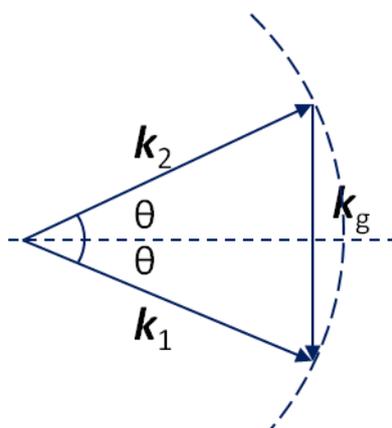


図 3(a) 格子ベクトル  $k_g$

格子ベクトルの大きさは図 3 から、

$$|\vec{K}_g| = 2k \sin \theta \quad (17)$$

である。もし、再生光が参照光と異なる角度で入射すれば、図 3(b)にある如くこの場合にはおのこのベクトルの大きさは波長により決まっているので、三角形に $\Delta k$ の隙間を生じ、閉じない。つまり、Bragg の条件を満たさない。

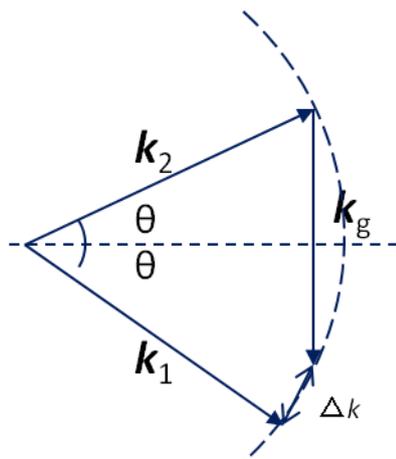


図 3(b) Bragg の条件を満たさない場合の閉じない三角形

この隙間 $\Delta k$  (Bragg 条件からのずれ)が生じた場合には回折光の回折効率 $\eta$ は次式に従って変化する[3][4]。

$$\eta = \kappa^2 L^2 \frac{\sin^2\left(\sqrt{\kappa^2 + (\Delta k)^2} L\right)}{\{\kappa^2 + (\Delta k)^2\} L^2} \quad (18)$$

$L$ は記録媒質の厚さ、 $\kappa$ は位相差回折格子等において屈折率差を表わす屈折率変調 $n_1$ に比例する定数で、

$$\kappa = \chi \frac{kn_1}{2} \quad (19)$$

であり、 $\chi$ は回折格子と入射光の角度で決まるほぼ1のオーダーの無次元の補正項である。回折効率は角度のずれに対して Sinc 関数の2乗の形で減衰していく。従って、参照光の方向をある程度変化させていくつもの干渉縞を記録すれば、記録と同じ参照光に対応するページのみが再生出来ることになる。これが多重記録の原理である。体積を持つ厚いホログラムにおいては、干渉縞が体積内に3次的に広がり、薄いホログラムの場合と異なり、上記 Bragg の条件により再生に選択性があり、多重記録性に優れている。

#### 4. 参考文献

- [1] 櫛田孝司：光物理学（共立出版、東京、1985） p.88
- [2] 藤原邦男、山口重雄：光学・電子光学Ⅱ（朝倉書店、東京、1972） p.15
- [3] Kogelnik, *Bell Sys. Tech. J.*, 48, 2909(1969)
- [4] 志村努：“ホログラフィックメモリー解説”，ホログラフィックメモリーのシステムと材料（シーエムシー出版、東京、2012） p.17
- [5] 久保田敏弘：ホログラフィ入門（朝倉書店、東京、2010）
- [6] 辻内順平：ホログラフィー（裳華房、東京、1997）