

光学設計ノーツ 66 (ver. 1.1)

体積ホログラムの回折効率を考える 3

前回に引き続き厚さのある体積ホログラム(thick hologram)の回折効率(diffraction efficiency)を考察すべく、H.Kogelnik、参考文献[2]の結合モード理論(coupled-mode theory) (或いは結合波理論(coupled-wave theory))について解説させていただきたい。

なお、これも前回に引き続き本項においては参考文献[1]の解説が記されている参考文献[4][5][6][7]を主に参照させて戴いている。

1. 結合モード理論・吸収率、光波の進行い方向について

前回述べたようにホログラムは十分に厚いと仮定し、存在するのは k_1 方向に進む再生のための再生波、そして Bragg 条件と整合する回折次数を持った波動(回折波)の二つであると考え。

これを以下の様に最大振幅と波数ベクトルを書き換えて表現する(本連載 64 回(10)式)。

$$E(\vec{r}) = R(z)\exp(-i\vec{\rho} \cdot \vec{r}) + S(z)\exp(-i\vec{\sigma} \cdot \vec{r}) \quad (64-10)$$

この時、回折波の波数は以下の様に表される(本連載64回(12)式)。

$$\vec{\sigma} = \vec{\rho} - \vec{K} \quad (64-12)$$

さて、ここで図-1にある様に諸元を考え、成分ごとに記せば、

$$\rho_x = B \sin \theta \quad (1A)$$

$$\rho_z = B \cos \theta \quad (1B)$$

$$\sigma_x = B \sin \theta - K \sin \phi \quad (1C)$$

$$\sigma_z = B \cos \theta - K \cos \phi \quad (1D)$$

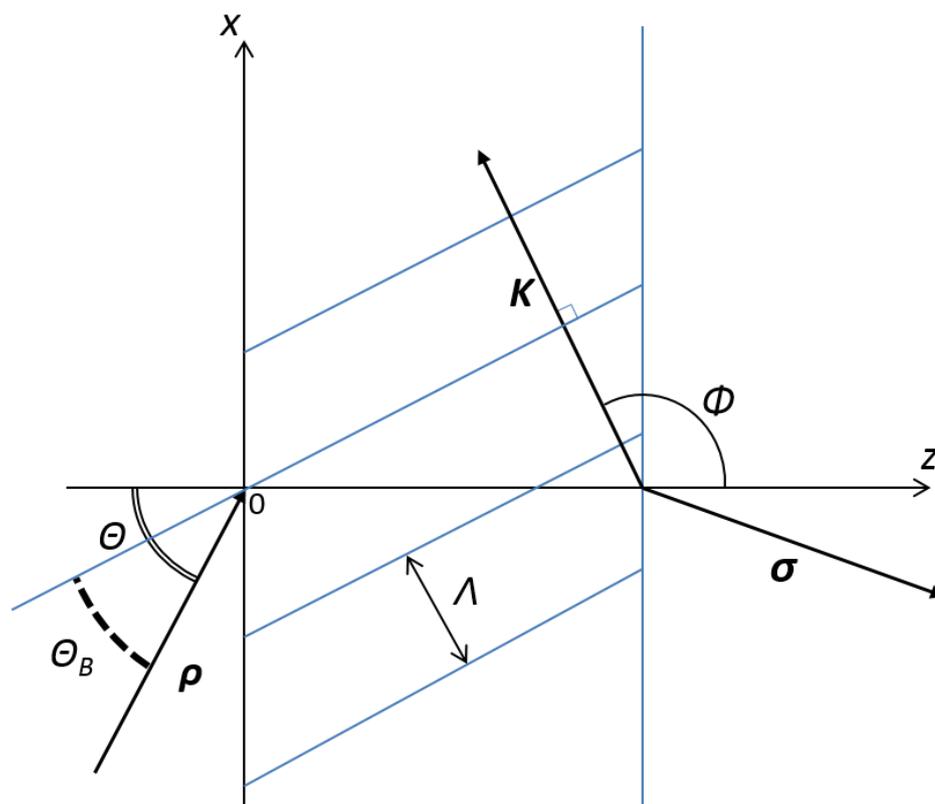


図1 ホログラム再生における再生光と信号光

また、図-1 より、角度 θ_B を考えると、

$$\theta_B = \frac{\pi}{2} - (\phi - \theta) \quad (2)$$

である。Bragg 条件が成立すれば、

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda}{2\pi\Lambda} \quad (3)$$

である。ここで、(2)式から、

$$\begin{aligned} \phi - \theta &= \frac{\pi}{2} - \theta_B \\ \cos(\phi - \theta) &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_B\right) \\ &= \sin \theta_B \end{aligned} \quad (4)$$

よって、(3) 式より

$$\cos(\phi - \theta) = \frac{\lambda}{2\pi\Lambda} \quad (5)$$

となる。さらに

$$|\vec{K}| = K = \frac{2n_0}{\Lambda} \quad (6)$$

であるので、(5)式は、

$$\cos(\phi - \theta) = \frac{K\lambda}{4\pi n_0} \quad (7)$$

と出来る。

さて、ここで、(64-10)式のベクトルの絶対値を求めると、(1)A から D 式により、

$$\begin{aligned} |\vec{\rho}| &= \sqrt{B^2 \sin^2 \theta + B^2 \cos^2 \theta} \\ &= B \end{aligned} \quad (8)$$

また、

$$\begin{aligned} |\vec{\sigma}|^2 &= B^2 \left(\sin^2 \theta - \frac{2K}{B} \sin \phi \sin \theta + \frac{K^2}{B^2} \sin^2 \phi \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \theta - \frac{2K}{B} \cos \phi \cos \theta + \frac{K^2}{B^2} \cos^2 \phi \right) \quad (9) \end{aligned}$$

である。ここで、

$$\cos(\phi - \theta) = \cos \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta$$

であって、(7)式より

$$\begin{aligned}\cos \phi \cos \theta &= \frac{K\lambda}{4\pi n_0} - \sin \phi \sin \theta \\ &= \frac{K\lambda}{2B} - \sin \phi \sin \theta\end{aligned}$$

従って、(9) 式は、

$$\begin{aligned}|\vec{\sigma}|^2 &= B^2 \left(\sin^2 \theta - \frac{2K}{B} \sin \phi \sin \theta + \frac{K^2}{B^2} \sin^2 \phi \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \theta - \left\{ \frac{2K}{B} \left(\frac{K}{2B} - \sin \phi \sin \theta \right) \right\} + \frac{K^2}{B^2} \cos^2 \phi \right) \quad (10)\end{aligned}$$

従って、

$$|\vec{\rho}| = |\vec{\sigma}| = B \quad (11)$$

となる。

2. 参考文献

- [1] Kogelnik, *Bell Sys.Tech. J.*, **48**, 2909 (1969).
- [2] A.Yariv : 光エレクトロニクス展開編/多田邦夫、
神谷武志監訳 (丸善、東京、2002) , p.676.
- [3] M.Born & E.Wolf :Principles of Optics,6th edition(Pergamon Press, Oxford, 1993)
／草川徹、横田英嗣訳 : 光学の原理 (東海大学出版会, 1977).
- [4] J.W.Goodman: Introduction to Fourier Optics 2nd.edi.
(McGraw-Hill, NewYork, 1996), p.336
- [5] J.W.Goodman : フーリエ光学 / 尾崎義治、朝倉利光 訳 (森北出版、東京、2012) p.326.
- [6] 辻内順平 : ホログラフィー (裳華房、東京、1997) , p.56.
- [7] P.Hariharan: Optical Holography Principles, techniques and applications, 2nd.edi.
(Cambridge University Press, Cambridge, 1996), p.48.
- [8] 辻内順平 : 光学概論 I (朝倉書店、東京、1979) .
- [9] 牛山善太 : 波動光学エンジニアリングの基礎 (オプトロニクス、東京、2005) .

執筆者 : 牛山 善太

博士 (工学)

元東海大学工学部光・画像工学科 (レンズ設計) 非常勤講師

(株)タイコ 代表取締役

(株)オプティカルソリューションズ 顧問

提供 :

株式会社オプティカルソリューションズ

TEL: **03-5833-1332**

Mail: info@osc-japan.com

Web: <http://www.osc-japan.com>

〒101-0032

東京都千代田区岩本町 2-15-8 MAS 三田ビル 3 階