

LED 照明ノーツ 39

レンズを使う 26

<フレネルレンズについて 2>

前回からフレネルレンズ (Fresnel Lens) の話を取り上げさせて戴いた。今回は其の続きとして屈折面の角度を求める別の計算方法を示す。

1. フレネルレンズの像位置、プリズムとして計算

今回はより汎用的にフレネルレンズ (図 1) の一山の輪帯の断面がプリズムの様にしている場合を考える。

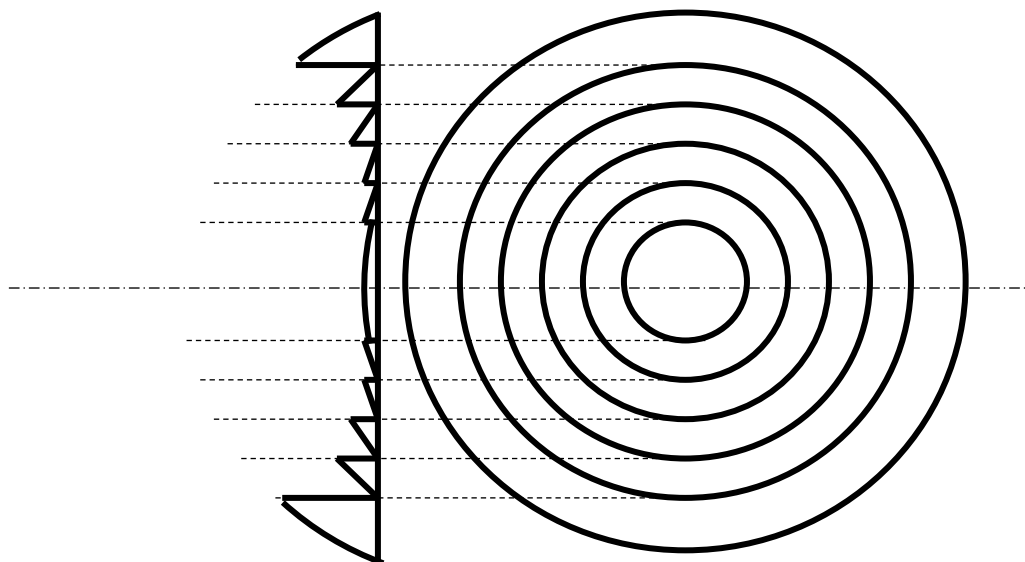


図 1 フレネルレンズ

前回は front が平面としているわけである。細かい取り決めについては図 2 をご覧いただきたい。

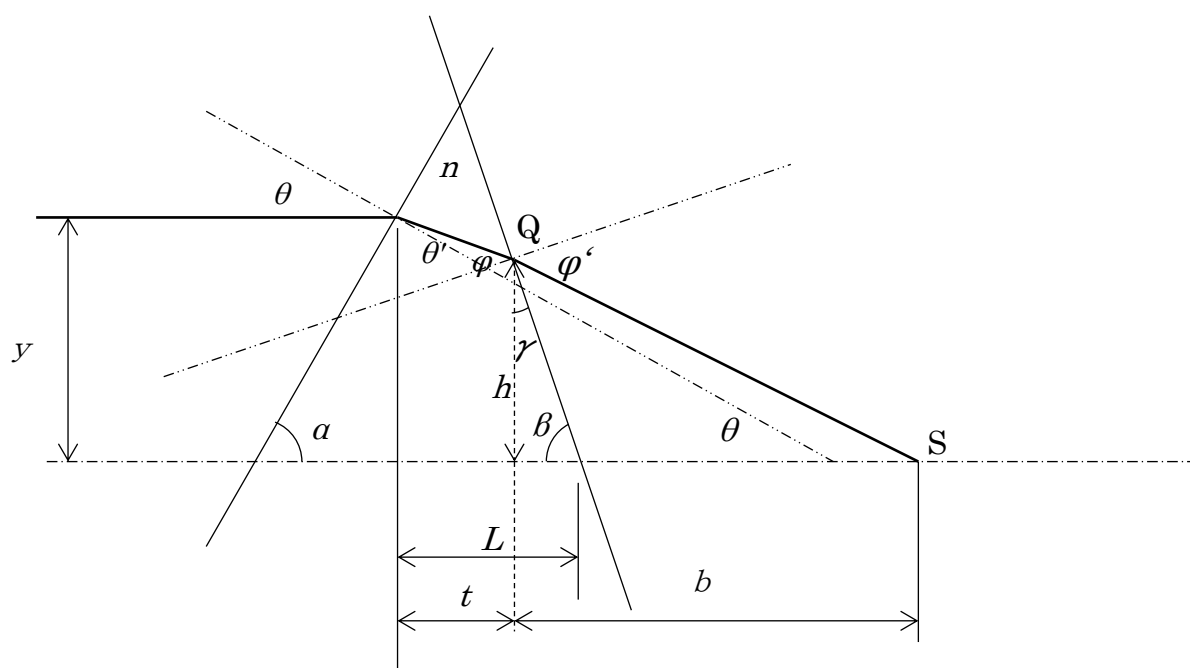


図2 プリズムの的にフレネルレンズを考える

屈折平面の傾き α 、 β 、入射高さ y 等が決まっている状態である。今回は前回のフレネルレンズ全体の形状構成の目安を付けるための計算と異なり幾何光学的範囲では近似が無い。ただ、コンピュータを用いて順次各式から答えを得つつ計算を進めて戴くことと成る。

まず、図から

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha \quad (1)$$

媒質屈折率を n として、屈折則から

$$n \sin \theta' = \sin \theta \quad (2)$$

図にある様に補助的に γ という角度を考えると

$$\gamma = \beta - \theta$$

$$\pi - \gamma - \theta' = \varphi + \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \gamma - \theta' \quad (3)$$

また、スネルの屈折則を 2 面に適用し

$$\sin \varphi' = n \sin \varphi \quad (4)$$

となる。さてここで、2 面におけるそれぞれの入射点の光軸に投影した距離を t と置く。さらに、この距離 t に、第 2 面における光線入射点 Q と 2 面の傾斜が光軸と交わる位置までの距離を光軸上に投影した距離を加えた距離を L とする。すると、2 面での光線入射点の高さを h とすれば

$$h = (L - t) \tan \beta \quad (5)$$

また同時に

$$h = y - \left(\frac{t}{\tan(\theta' + \alpha)} \right) \quad (6)$$

よって、(5) (6) 式より

$$(L - t) \tan \beta = y - \left(\frac{t}{\tan(\theta' + \alpha)} \right)$$

整理して行つて

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\tan(\theta' + \alpha)(L \tan \beta - y)}{\tan \beta \tan(\theta' + \alpha) - 1} \\
 &= \frac{L \tan \beta - y}{\tan \beta - \frac{1}{\tan(\theta' + \alpha)}} \quad (7)
 \end{aligned}$$

として、 t が得られる。さらに、点 Q から光軸上像点 S 点までの光軸上の距離を b とすれば、

$$\begin{aligned}
 b &= h \tan\left(\frac{\pi}{2} - \beta + \frac{\pi}{2} - \phi'\right) \\
 &= h \tan(\pi - \beta - \phi') \quad (8)
 \end{aligned}$$

として像の位置 b が得られる。

この計算の入力光線は光軸に平行なもの（物体無限遠、或いは無限遠に投光）であったが、物体が有限位置の場合も（1）式の θ に物体距離、入射高さから決まる値を採用すればそのまま計算できる。

3. 参考文献

- [1] R. Kingslake: Optical System Design (Academic Press, New York, 1983), p.38
- [2] 中川治平: レンズ設計工学 (東海大学出版会、東京、1986), p.190
- [3] 鶴田匡夫: 第 5・光の鉛筆 (新技術コミュニケーションズ, 東京, 2000), p.536

執筆者：牛山 善太

博士（工学）

元東海大学工学部光・画像工学科（レンズ設計）非常勤講師

（株）タイコ 代表取締役

（株）オプティカルソリューションズ 顧問

提供：

株式会社オプティカルソリューションズ

TEL: 03-5833-1332

Mail: info@osc-japan.com

Web: <http://www.osc-japan.com>

〒101-0032

東京都千代田区岩本町 2-15-8 MAS 三田ビル 3 階