

LED 照明ノーツ 40 ver. 1.1

レンズ、ミラーなどの曲面の表示方法 1

＜回転対称 2 次曲面＞

ここでは、レンズ、或いはミラー等における、光軸に対して回転対称性のある曲面（最も一般的なのが球面）の光学設計や、製造に際しての汎用的な表示方法について解説させていただく。レンズなどをコンピュータ上で、そして図面上で表現する場合には重要な内容である。

1. 回転対称 2 次曲面

光軸を x 軸として、原点に接し、光軸を回転対称軸とした回転対称 2 次曲面を、曲率半径 r を用いて、

$$\left(x - \frac{r}{\varepsilon}\right)^2 + \frac{y^2}{\varepsilon} + \frac{z^2}{\varepsilon} = \left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^2 \quad - (1)$$

と表わせば、 $\varepsilon=1$ の時は (1) 式は、

$$(x - r)^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad - (2)$$

となり、球を表わす。(図 1a)

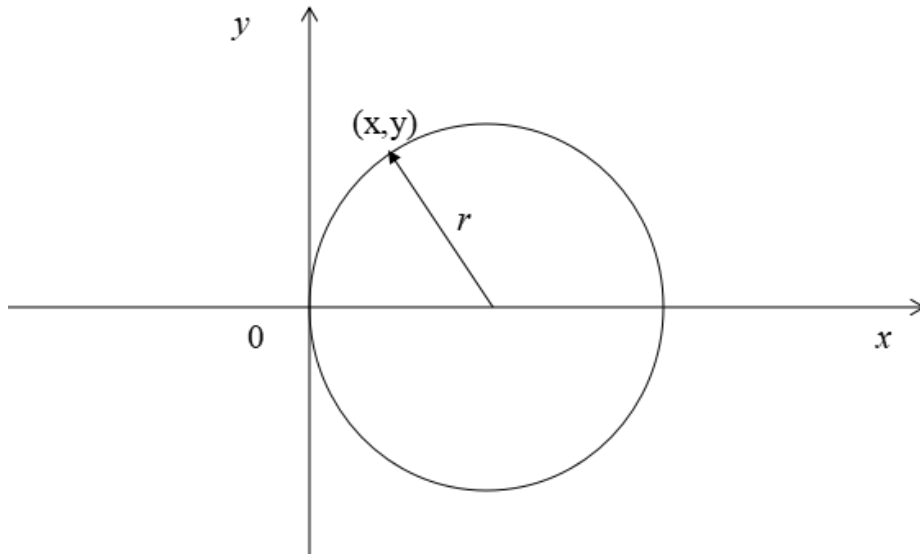


図 1a 球面の表示

また、(1) 式を変形して、

$$\frac{\left(x - \frac{r}{\varepsilon}\right)^2}{\left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{r^2}{\varepsilon}\right)} + \frac{z^2}{\left(\frac{r^2}{\varepsilon}\right)} = 1 \quad - (3)$$

とすれば、明らかに、 $\varepsilon > 0$ のとき (3) 式は楕円面を(図-1 b)、 $\varepsilon < 0$ のとき双曲面を表わすことが理解できる。

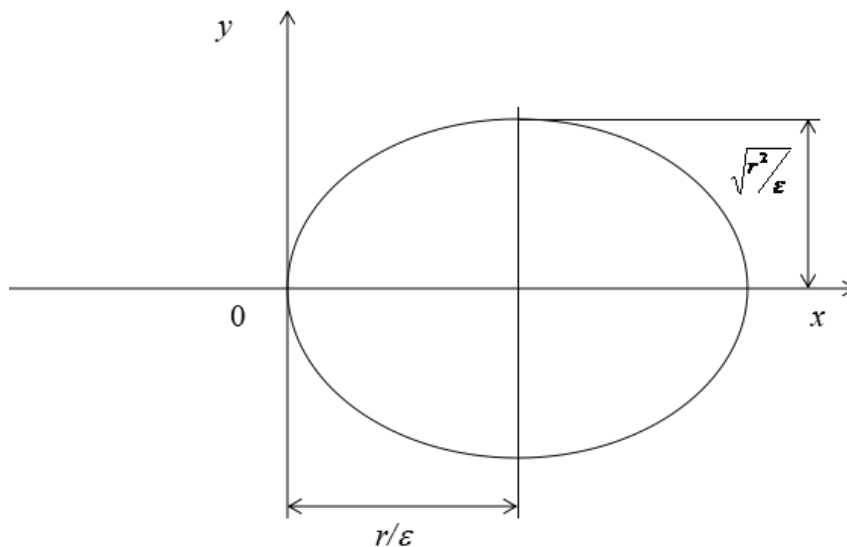


図 1 b 楕円面

また (1) 式を計算して、

$$\frac{\varepsilon}{r}x^2 - 2x + \frac{y^2 + z^2}{r} = 0 \quad - (4)$$

とすれば、 $\varepsilon=0$ のとき、

$$x = \frac{1}{2r}(y^2 + z^2) \quad - (5)$$

となり、(4) 式は方物面を表わす。(図 1 c)

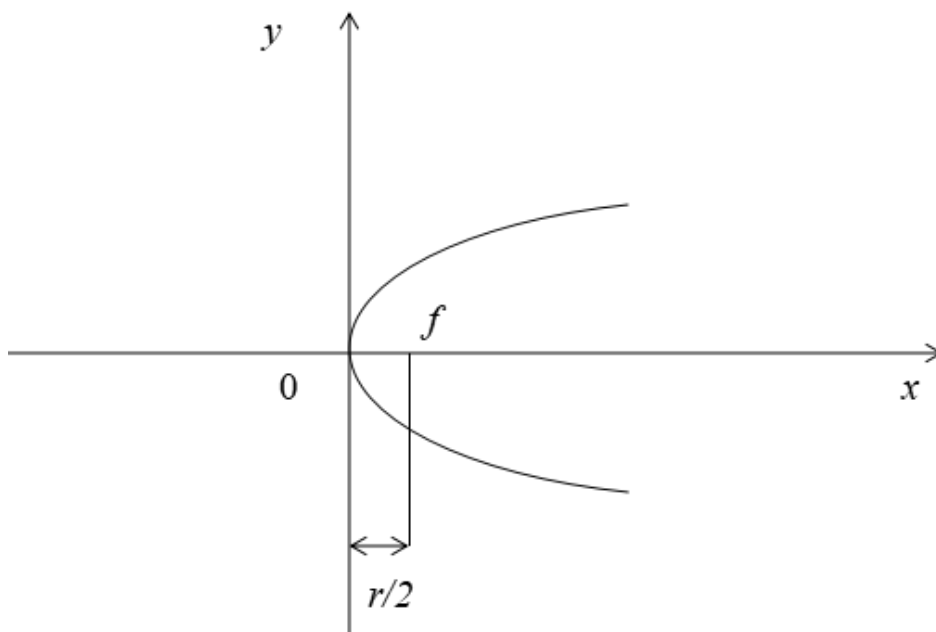


図 1 c 放物面

(1)、(3)、(4)における ε は円錐係数 (conic term) と呼ばれ、整理すれば(4)式は、それぞれの ε の値の範囲に対し次の様な回転 2 次曲面を表わす。

| | |
|-----------------------|----------------|
| $\varepsilon < 0$ | 双曲面 |
| $\varepsilon = 0$ | 方物面 |
| $1 > \varepsilon > 0$ | 楕円面 (長軸が光軸と一致) |
| $\varepsilon = 1$ | 球面 |
| $\varepsilon > 1$ | 楕円面 (長軸が光軸と垂直) |

(4) 式を x について解くと、面頂点を座標系の原点として考えれば、図 2 に在る様に、実際の光学系において必要とされるのは二つの根の内、絶対値の小さい方であるのは明らかなので、

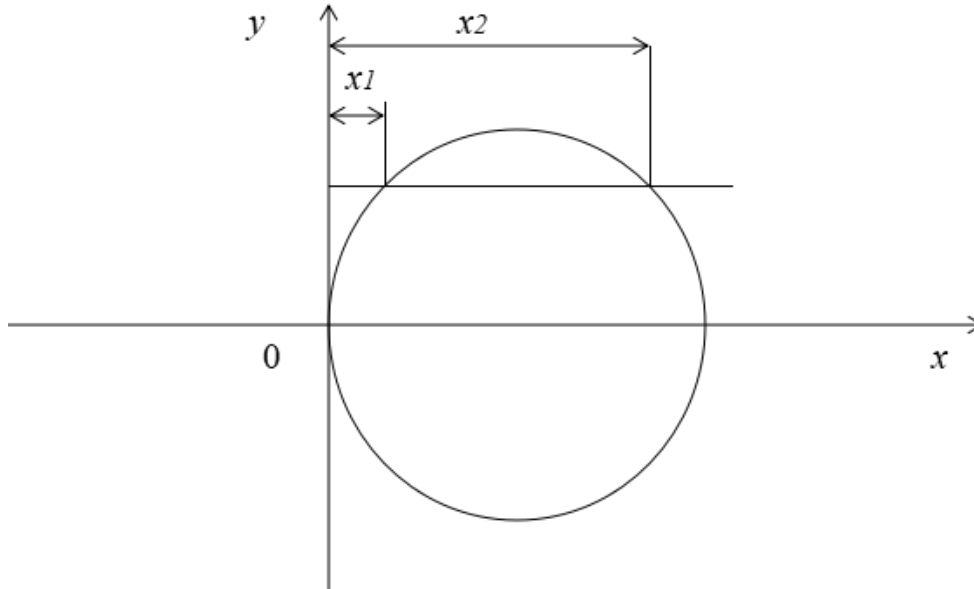


図 2 2つの x の解

$$x = \frac{r}{\varepsilon} \left(1 - \sqrt{1 - \varepsilon \frac{y^2 + z^2}{r^2}} \right) \quad - (6)$$

また、

$$x = \frac{r}{\varepsilon} \left(1 - \sqrt{1 - \varepsilon \frac{y^2 + z^2}{r^2}} \right) \cdot \frac{\left(1 + \sqrt{1 - \varepsilon \frac{y^2 + z^2}{r^2}} \right)}{\left(1 + \sqrt{1 - \varepsilon \frac{y^2 + z^2}{r^2}} \right)}$$

として、

$$x = \frac{y^2 + z^2}{r \left(1 + \sqrt{1 - \varepsilon \frac{y^2 + z^2}{r^2}} \right)} \quad - (7)$$

(6)、(7) 式は、面頂点を原点とした座標系において、光軸からの距離、

$$H = \sqrt{y^2 + z^2} \quad (8)$$

において曲面表面上に存在する点の原点からのずれ量の光軸方向成分を表わしている。(図 3)

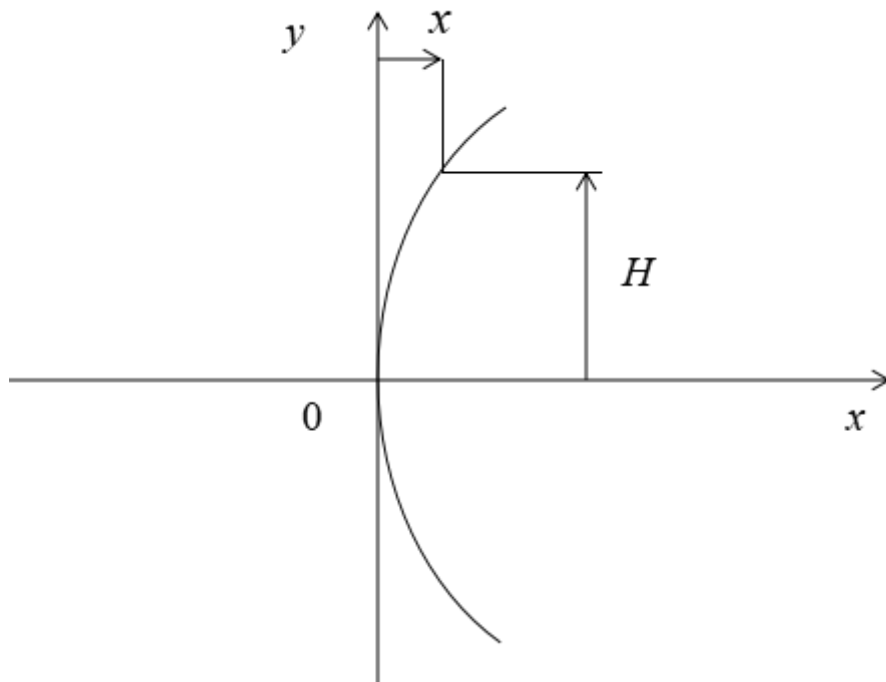


図 3 曲面形状の表示

2. 参考文献

- 1) 松居吉哉：レンズ設計法（共立出版、東京、1972）
- 2) 草川 徹：レンズ光学（東海大学出版、東京、1988）

執筆者：牛山 善太

博士（工学）

元東海大学工学部光・画像工学科（レンズ設計）非常勤講師

(株)タイコ 代表取締役

(株)オプティカルソリューションズ 顧問

提供：

株式会社オプティカルソリューションズ

TEL: **03-5833-1332**

Mail: info@osc-japan.com

Web: <http://www.osc-japan.com>

〒101-0032

東京都千代田区岩本町 2-15-8 MAS 三田ビル 3 階